

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA FINANCIERA Y
CONTABILIDAD III
(ECONOMÍA Y ADMINISTRACIÓN FINANCIERA DE LA EMPRESA)



TESIS DOCTORAL

**Cobertura de carteras índice de renta variable con futuros sobre el
IBEX 35**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

Javier Sánchez Verdasco

DIRECTOR

Jesús López Zaballos

Madrid, 2017

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y
EMPRESARIALES

Departamento de Economía Financiera y Contabilidad III
(Economía y Administración Financiera de la Empresa)



**COBERTURA DE CARTERAS
ÍNDICE DE RENTA VARIABLE
CON FUTUROS SOBRE EL IBEX 35**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR
PRESENTADA POR

Javier Sánchez Verdasco

Bajo la dirección del doctor

Jesús López Zaballos

Madrid, Julio 2015

TESIS DOCTORAL

FACULTAD DE CIENCIAS
ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES.
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

**COBERTURA DE CARTERAS
ÍNDICE DE RENTA VARIABLE
CON FUTUROS SOBRE EL IBEX 35**

DIRECTOR: JESÚS LÓPEZ ZABALLOS

DPTO. ECONOMÍA FINANCIERA Y CONTABILIDAD III.

JAVIER SÁNCHEZ VERDASCO

Madrid, Julio 2015

*A mi familia,
en especial a mis hijos,
que son el motor de mi vida.*

*A la vida,
que casi siempre te da
una segunda oportunidad.*

Agradecimientos

Al departamento de Economía Financiera y Contabilidad III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Complutense de Madrid, en especial al director de la tesis, Dr. Jesús López Zaballos, por sus valiosas orientaciones en la redacción de la misma y a los profesores doctores de la comisión de doctorado de este departamento por sus indicaciones para robustecer la estructura y los argumentos de esta tesis.

Quiero dar las gracias a mis alumnos de Escuelas Universitarias y de formación *in company* por el constante estímulo que sus preguntas y planteamientos suponen para profundizar y avanzar con rigor académico en el conocimiento de aspectos relacionados con la práctica de las finanzas. También a mis colegas, de quienes aprendo cada día más sobre sus especialidades.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN	15
1.1 LA IMPORTANCIA DE LOS DERIVADOS EN LA COBERTURA DE LAS CARTERAS DE RENTA VARIABLE	15
1.2 LA BRECHA ENTRE EL MUNDO ACADÉMICO Y EL PROFESIONAL EN LA INVESTIGACIÓN FINANCIERA. RELACIÓN CON LA MOTIVACIÓN DE ESTA TESIS.	16
1.3 PRINCIPALES APORTACIONES DE LA TESIS	19
1.4 OBJETIVOS DE LA TESIS	19
1.5 ESTRUCTURA DE LA INVESTIGACIÓN	22
 CAPÍTULO II	 25
EL PRECIO TEÓRICO DEL FUTURO Y LA CONDICIÓN DE NO ARBITRAJE. MARCO TEÓRICO Y APLICACIÓN AL IBEX 35.	25
2.1 ARBITRAJE Y PRECIO TEÓRICO DEL FUTURO.	26
2.2 PRECIO TEÓRICO DEL FUTURO	26
2.3 VERSIONES DE LA FÓRMULA DEL PRECIO TEÓRICO DEL FUTURO EN LA LITERATURA FINANCIERA	28
2.5 RESULTADOS DE INVESTIGACIONES ANTERIORES	32
2.6 APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL (2007-2010)	35
2.6.1 Datos	35
2.6.2 Metodología	37
2.6.3 Resultados: base teórica en relación al precio teórico del futuro	39
2.6.4 Tipos de interés. Análisis de sensibilidad	40
2.6.5 Resultados: Diferencias entre el precio de cotización y el precio teórico del futuro para el IBEX 35 2007-2010	41
2.6.6 El efecto de las comisiones	44
CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO II	47

CAPÍTULO III	49
MODELOS ECONOMÉTRICOS DE COBERTURA CON FUTUROS SOBRE ÍNDICES BURSÁTILES: MARCO TEÓRICO Y REVISIÓN DE LA LITERATURA FINANCIERA	49
3.1 RATIO DE COBERTURA: CONSIDERACIONES PREVIAS	50
3.2 RATIO DE COBERTURA DE MÍNIMA VARIANZA POR MCO	51
3.3 LAS LIMITACIONES DEL MODELO MCO	53
3.4 EL MODELO DE CORRECCIÓN DE ERROR (ECM)	54
3.5 LOS MODELOS GARCH	55
3.6 MEDIDAS DE EFICACIA DE LA COBERTURA	58
3.7 RESULTADOS DE TRABAJOS ANTERIORES SOBRE EL IBEX-35	61
3.8 RESULTADOS DE TRABAJOS ANTERIORES SOBRE OTROS ÍNDICES BURSÁTILES	66
CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO III	75
 CAPÍTULO IV	 77
UN MODELO ALGEBRAICO DE COBERTURA (MAC) PARA CARTERAS ÍNDICE DE RENTA VARIABLE	77
4.1 SUPUESTOS DE PARTIDA	78
4.2 EL MODELO ALGEBRAICO DE COBERTURA (MAC) PARA ÍNDICES DE PRECIOS	79
4.3 EL MODELO ALGEBRAICO DE COBERTURA (MAC) PARA ÍNDICES DE RENDIMIENTOS	85
4.4 APLICACIÓN DEL MAC AL MERCADO ESPAÑOL 2007-2010	89
4.4.1 Datos	89
4.4.2 Metodología	89
4.4.3 Resultados	91
4.5 LAS LIMITACIONES DE LA SERIE “PRECIO DEL FUTURO DE PRÓXIMO VENCIMIENTO” EN LOS MODELOS ECONOMÉTRICOS.	93
4.6 RATIOS DE COBERTURA POR MAC Y MCO EN BASE AL PRECIO TEÓRICO DEL FUTURO. EVIDENCIA DE LAS LIMITACIONES DE LA SERIE DEL FUTURO.	100
4.6.1 Índices de precios	100
4.6.2 Índices de rendimientos	105
4.7 APLICACIÓN DE LOS MODELOS MCO, ECM Y GARCH AL MERCADO ESPAÑOL 2007-2010	110
4.7.1 El modelo MCO	112
4.7.2 El modelo ECM	113
4.7.3 Los Modelos GARCH	117
CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO IV	126

CAPÍTULO V	131
CONCLUSIONES, FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN Y SUGERENCIAS AL MERCADO	131
CONCLUSIONES DE LA TESIS	132
CONCLUSIONES SOBRE EL PRECIO TEÓRICO DEL FUTURO Y LA CONDICIÓN DE NO ARBITRAJE	132
CONCLUSIONES SOBRE LOS MODELOS ECONÓMICOS DE COBERTURA CON FUTUROS SOBRE ÍNDICES BURSÁTILES: MARCO TEÓRICO Y REVISIÓN DE LA LITERATURA FINANCIERA	133
CONCLUSIONES SOBRE EL MODELO ALGEBRAICO DE COBERTURA (MAC) PARA CARTERAS ÍNDICE DE RENTA VARIABLE.	134
LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN A DESARROLLAR	140
SUGERENCIAS AL MERCADO Y A LOS GESTORES DE CARTERAS	141
BIBLIOGRAFÍA	143
ARTICULOS	143
LIBROS DE TEXTO	153
REFERENCIAS WEB	154
ANEXO A. TABLAS ESTADÍSTICAS Y ECONÓMICAS	155
SÍNTESIS Y RESUMEN	161
SÍNTESIS	162
RESUMEN	163
1. INTRODUCCIÓN	163
2. OBJETIVOS DE LA TESIS	164
3. CONCLUSIONES	165
ABSTRACT AND SUMMARY	171
ABSTRACT	172
SUMMARY	173
1. INTRODUCTION	173
2. OBJECTIVES OF THE THESIS	174
3. CONCLUSIONS	175

INDICES DE TABLAS, GRÁFICOS Y ANEXOS

Índice de Tablas

Tabla 2. 1 Condición de no arbitraje y precio teórico del futuro sobre índices bursátiles	27
Tabla 2. 2 Diferencia entre el futuro a mercado y precio teórico (Japón, Hong Kong y Corea del Sur	34
Tabla 2. 3 Diferencia entre precio del futuro a mercado y teórico Tailandia	34
Tabla 2. 4 Base teórica/precio teórico del futuro 2007-2010.....	39
Tabla 2. 5 Análisis de sensibilidad de la base ante una variación de tipos de interés	41
Tabla 2. 6 Diferencias positivas y negativas (PE_i)	43
Tabla 2. 7 Wang (Nikkei 1997-2005) vs. nuestro análisis del IBEX 35 (2007-2010)	44
Tabla 2. 8 Efecto de las comisiones de arbitraje directo e inverso	45
Tabla 3. 1. Ratio de cobertura por MCO y R2.....	63
Tabla 3. 2. Ratio y eficacia de la cobertura. IBEX-35 (1994-97). Datos diarios.....	64
Tabla 3. 3 Ratio y eficacia de la cobertura. IBEX-35 (1994-97). Datos semanales	65
Tabla 3. 4. Eficacia de la cobertura. IBEX-35 (2000-2009). Datos diarios.....	65
Tabla 3. 5. Ratio de cobertura según su duración. S&P 500 1983-89	66
Tabla 3. 6. Modelos ECM y MCO, para el DJI, S&P 500 y NYSE datos diarios 1991-92.....	67
Tabla 3. 7. Comparación modelos de cobertura S&P 500 y Toronto 35.	68
Tabla 3. 8. Comparación de coberturas distintos modelos. FTS-100 (jul-1984; jun-1992).....	69
Tabla 3. 9. Eficacia de los modelos Regime Switch y otros modelos.	70
Tabla 3. 10. Comparación de resultados de los distintos modelos.	71
Tabla 3. 11. Eficacia de la cobertura S&P 500 FTSE 100 y Nikkei 225. Datos semanales	72
Tabla 3.12. Eficacia de la cobertura para el FT 100, DAX 35 y Eurostoxx 50.	73

Tabla 4. 1. Medidas de eficacia de cobertura.....	91
Tabla 4. 2. Ejemplo. Distorsiones en la serie del futuro próximo vencimiento.....	94
Tabla 4. 3. Distorsiones en la series del índice al contado y del futuro de	95
Tabla 4. 4. Distorsiones contado y futuro próximo vencimiento. Índice de precios	97
Tabla 4. 5 Comparación de la eficacia de la cobertura de las carteras MAC_{tco} y MCO_{tco}	101
Tabla 4. 6. Eficacia de la cobertura MCO y MAC según precio teórico del futuro	107
Tabla 4. 7. Comparación de la eficacia de la cobertura. Modelo MCO y MAC	113
Tabla 4. 8. Comparación de la eficacia de la cobertura. Modelo MCO, ECM y MAC...	117

Índice de Gráficos

Gráfico 2. 1. Base Teórica / Precio teórico del futuro IBEX 35 (2007-2010).....	39
Gráfico 2. 2. Desglose de la base teórica/precio teórico del futuro %	40
Gráfico 2. 3. Histograma de los errores porcentuales (PE_i).....	42
Gráfico 4. 1. Los dividendos hasta el vencimiento del futuro. Equivalencias.....	81
Gráfico 4. 2. Evolución del Ratio de cobertura MAC y del tipo de interés.....	92
Gráfico 4. 3. Distorsiones entre la variación del índice y del futuro, según Tabla 4.4.....	97
Gráfico 4. 4. Relación entre la rentabilidad de MAC_{tco} y número de días eonia.....	102
Gráfico 4. 5. Relación entre la rentabilidad de MAC_{tco} -i, y el número de días eonia....	103
Gráfico 4. 6. Error de cobertura MCO tco vs. MAC tco	104
Gráfico 4. 7. Error de la cobertura MCO tco y MAC tco vs. Variación de la base tca. .	105
Gráfico 4. 8. Cartera cubierta MCO tco y MCOd tco	108
Gráfico 4. 9. Modelos MCOd tco y MACd tco (índices de rendimientos)	109
Gráfico 4. 10. Series Ln IBEX-35 y Ln Futuro y sus respectivas primeras diferencias..	114
Gráfico 4. 11. Residuos de la regresión por MCO de Ln Ibex 35 vs Ln Futuro.....	115
Gráfico 4. 12. Ratios de cobertura MAC, MCO y ECM. IBEX 35. (2007-2010)	118
Gráfico 4. 13. Heterocedasticidad rentabilidades del IBEX 35 y de su futuro	119
Gráfico 4. 14. Heterocedasticidad.....	119
Gráfico 4. 15. Coeficientes de correlación de los modelo GARCH	120
Gráfico 4. 16. Varianzas y covarianzas. Modelos EC GARCH	
correlación constante y dinámica	121
Gráfico 4. 17. Ratios de cobertura de los modelos GARCH de	
correlación constante y variable	122
Gráfico 4. 18. Los 4 modelos econométricos y el MAC. Error vs.	
Variación base teórica	124
Gráfico 4. 19. Los 4 modelos econométricos y el MAC. Error vs.	
Variación base teórica	138

Índice de Anexos

Anexo A. 1 MCO rentabilidad diaria del IBEX 35 versus rentabilidad diaria del precio teórico de su futuro	155
Anexo A. 2 MCO rentab. diaria del IBEX 35 dividendos vs. Rentab. diaria del precio teórico de su futuro	155
Anexo A. 3 MCO rentabilidad diaria del IBEX 35 versus rentabilidad diaria del precio de cotización de su futuro	155
Anexo A. 4. Estacionariedad. Dickey-Fuller test para Ln Ibex 35 y Ln Futuro y sus primeras diferencias	156
Anexo A. 5. Modelo ECM.....	157
Anexo A. 6. Test de heterocedasticidad y efecto ARCH en los residuos	158
Anexo A. 7. Modelo EC-GARCH coeficiente de correlación constante.....	158
Anexo A. 8. Modelo EC-GARCH coeficiente de correlación dinámico	159
Anexo A. 9. Estadísticos básicos de los ratios de cobertura EC GARCH.....	160

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1.1 *La importancia de los derivados en la cobertura de las carteras de renta variable*

El desarrollo de los mercados financieros ha generado un interés creciente en los ahorradores y en los gestores de inversión hacia los activos de renta variable. Diversos estudios demuestran que, a largo plazo, la renta variable ofrece una rentabilidad superior a los activos libres de riesgo (bonos del estado de alta calificación) y que, por tanto, preservan mejor el ahorro de la inflación (Cornell 1999, Fernández y del Campo Baonza, 2010a y 2010b, Garrido y Coto 2010, Damodaran 2012).

La estrategia en la gestión activa de una cartera podrá aconsejar en un momento dado reducir el peso de la renta variable y aumentar las posiciones en títulos de renta fija o liquidez. Si esta reasignación del peso de los activos se realiza mediante venta de acciones, para comprar después, cuando la percepción del riesgo haya desaparecido, se han de asumir costes de salida y entrada en comisiones y recursos operativos que encarecen la gestión activa de la cartera. Desde la creación de los productos derivados¹ (opciones y futuros) sobre índices bursátiles, la labor de gestión de las coberturas de carteras de renta variable se ha visto significativamente facilitada, ya que los costes operativos en términos de comisiones y tiempo de ejecución y seguimiento son sustancialmente menores que los que resultarían de la venta y compra de cada uno de los valores de la cartera.

¹ El primer contrato sobre índices se crea en Chicago (CME) en 1982. El futuro sobre el IBEX inicia su contratación en 1992.

1.2 *La brecha entre el mundo académico y el profesional en la investigación financiera. Relación con la motivación de esta tesis.*

La percepción del doctorando, en base a sus años de desempeño laboral en las áreas de análisis, gestión y riesgos de productos financieros y en la docencia de programas para técnicos de la banca relacionados con la materia, es que existe una brecha más amplia de lo deseable entre el enfoque profesional y el académico, en lo que se refiere a la definición y aplicación de algunos modelos financieros. Por una parte, los profesionales los utilizan con relativa frecuencia sin observar el rigor académico necesario. Por otra, los modelos teóricos que se proponen desde la academia están en ocasiones lejos de poder aplicarse a la realidad económica y financiera, a veces por partir de supuestos que no se cumplen en el mundo real, otras por su excesiva complejidad matemática y coste operativo de implantación.

Un ejemplo de la dificultad de aplicación de los modelos teóricos a la realidad financiera es el modelo de Black and Scholes (1973), que asume que la distribución de la rentabilidad del precio de los activos se comporta según la función normal. La práctica del mercado ha mostrado que, en las opciones sobre divisas, la distribución de la rentabilidad del activo subyacente implícita en las primas de las opciones cotizadas por los operadores del mercado presenta colas más pesadas que las que indica la función normal, lo que representa unas subidas o bajadas extremas del subyacente con mayor frecuencia que lo que indica la distribución normal. Asimismo, en las opciones sobre acciones e índices bursátiles, la función de distribución real en el mercado presenta una cola izquierda más pesada y una cola derecha más ligera que la distribución normal, reflejando una percepción de volatilidad mayor en las bajadas de la Bolsa y menor en las subidas, en relación a la volatilidad *at the money*. Los operadores de opciones han corregido esta deficiencia aplicando al modelo original series de volatilidad distintas para cada precio de ejercicio (sonrisa o *smile* de volatilidad para opciones sobre divisas y mueca o *skew* para opciones sobre acciones e índices bursátiles), **sin que los nuevos modelos teóricos**, que han tratado de corregir la

limitación del de Black and Scholes², **hayan resultado ser de aplicación práctica** por no aportar resultados superiores, o por su complejidad matemática. Una descripción detallada sobre la sonrisa y mueca de volatilidad como respuesta de adaptación de la realidad práctica a las deficiencias del modelo teórico de Black and Scholes, puede encontrarse en Serna (2002 y 2004), Beneder y Elkenbracht-Huizing (2003), Hull (2009), Clark (2011), Van der Stoep, et al (2014) o Jiménez, Arunachalam y Serna (2014).

No siempre los modelos más sofisticados son los que aportan los mejores resultados y, en los casos en los que así sea, conviene valorar la eficiencia de los mismos en términos del coste-beneficio de su aplicación, no obstante, cuando se propongan modelos más sencillos para su utilización en la práctica profesional financiera hay que sustentar sus argumentos teóricos y contrastar su validez empírica con el rigor necesario.

En lo que respecta al tema de la tesis, *Coberturas de carteras índice de renta variable con futuros sobre el IBEX-35*, nos encontramos con que las investigaciones que se han realizado hasta la fecha, mediante técnicas econométricas, parten de unos supuestos que se alejan del mundo real, ya que no consideran el pago discreto de dividendos³ y se basan en una serie del futuro de próximo vencimiento que presenta *saltos* al estar compuesta por mini-series encadenadas de futuros de distinto vencimiento.

Con objeto de identificar si estos efectos son relevantes en el grado de eficacia de la cobertura de los modelos econométricos utilizados hasta la fecha y en el Modelo Algebraico de Cobertura (MAC) que proponemos en esta tesis, introducimos una metodología novedosa que consiste en utilizar en el análisis el precio teórico del futuro en lugar de su precio de mercado, con objeto de eliminar del modelo los errores propios de la ineficiencia del mercado⁴. Posteriormente, llevaremos a cabo el estudio empírico sobre el mercado

² Introduciendo modelos de volatilidad variable o distribuciones del precio del subyacente que se ajusten a la realidad empírica.

³ Esto es de especial importancia en el IBEX 35 en relación a otros índices más diversificados, ya que por sus características concentra el pago de dividendos en pocas empresas y en periodos determinados.

⁴ En nuestro caso, un mercado ineficiente se observa cuando el precio de mercado del futuro es distinto al de su precio teórico y existen incentivos al arbitraje entre el contado y el futuro.

español (2007-2010) calculando el ratio de cobertura de los distintos modelos con el precio de mercado del futuro para valorar su eficacia en una situación real.

Si bien los modelos econométricos aplicados al cálculo del ratio de cobertura han ido perfeccionando sus especificaciones teóricas, no puede concluirse, como indican Sutcliffe (2006) o Aragón (2009), que la eficacia de la cobertura de los modelos teóricamente más avanzados como el ECM o el GARCH sea superior al tradicional de MCO⁵. Este trabajo no tiene como objetivo realizar un tratamiento exhaustivo de la aplicación de los modelos econométricos al cálculo del ratio de cobertura de carteras que replican un índice bursátil, ya que su estudio ha sido profusamente llevado a cabo con detalle por numerosos autores, sin embargo, sí aplicaremos algunos de ellos a la muestra analizada en este trabajo para el mercado español (2007-2010) con objeto de comparar sus resultados con los del modelo alternativo que proponemos.

En cuanto al horizonte temporal de la cobertura, consideraremos periodos diarios. Numerosos estudios econométricos han utilizado duraciones semanales y mensuales y han analizado la dependencia del ratio de cobertura del plazo objetivo de la misma⁶. Siendo éste un ejercicio teórico de interés, sus conclusiones no son aplicables a la realidad, ya que en la gestión activa de carteras será poco frecuente definir ex ante el horizonte temporal de la cobertura. En la práctica, el gestor de carteras decide cubrirse ante una expectativa temporal de una bajada de la Bolsa y deshace su protección en el momento en el que percibe que el riesgo ha desaparecido. Por tanto, si no de manera continua, el gestor revisará al menos diariamente su estrategia de cobertura.

⁵ **MCO**: Mínimos Cuadrados Ordinarios; **ECM**: Error Correction Model (Modelo de Corrección de Error); **GARCH**: Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (Heterocedasticidad Condicional Autoregresiva Generalizada)

⁶ A mayor horizonte temporal, mejora la eficacia de la cobertura en los modelos econométricos.

1.3 *Principales aportaciones de la tesis*

La principal aportación de esta tesis a la investigación académica y a la práctica profesional de la gestión de carteras es la definición de un Modelo Algebraico de Cobertura (MAC) que no está basado en técnicas econométricas, es más sencillo de aplicar y superior en resultados⁷ a los modelos econométricos más utilizados hasta la fecha (MCO, ECM y GARCH). El modelo MAC supone que el mercado es eficiente y que el horizonte temporal de la cobertura es *infinitesimal*. Estas restricciones sobre el mundo real no impiden que al aplicarlo con un horizonte temporal diario y en circunstancias reales de mercado ineficiente en algunos puntos de la serie, presente mejores resultados que los modelos econométricos.

Adicionalmente, la tesis introduce otras dos aportaciones innovadoras secundarias, pero no por ello exentas de relevancia. La primera es que, hasta donde llega nuestro conocimiento sobre el análisis de la literatura financiera relacionada, este es el primer trabajo en el que se demuestra que se cumple la condición de mercado eficiente entre el precio del contado y el de su futuro para el mercado español al cierre del día. La segunda aportación secundaria es la identificación de los errores que introduce la serie de precios del futuro de próximo vencimiento en los análisis econométricos, que vienen determinados por los *saltos* que tienen lugar en la serie, en la fechas de cambio al contrato de siguiente vencimiento. Este análisis se ha llevado a cabo con una técnica que no hemos visto que haya sido utilizada con anterioridad, que consiste en realizar la regresión sobre el precio del futuro teórico en lugar de sobre el precio real del futuro en el mercado, para excluir así del análisis los errores propios de los días en los que el mercado se comporta de manera ineficiente.

1.4 *Objetivos de la tesis*

El objetivo general de esta tesis es proponer un modelo de cobertura de carteras índice de renta variable que sea de fácil aplicación al ámbito profesional de la gestión de carteras y valorar su eficacia mediante un análisis empírico para el mercado español (2007-2010)

⁷ Para la serie analizada de coberturas diarias del mercado español (2007-2010)

Para carteras que replican un índice bursátil, hay consenso en la literatura en la definición del ratio de cobertura como el parámetro que satisface la ecuación:

$$\Delta I_t - h \Delta F_t = i \quad (1.1)$$

El ratio h es el número de contratos de futuro que habría que vender para cubrir una cartera de renta variable con un efectivo igual al valor del índice I_t con un contrato del futuro F_t igual a su cotización. La capitalización de la posición I_t al tipo de interés libre de riesgo hasta el vencimiento del futuro viene representada por i .

Cuando se trata de una cartera con un efectivo E_t , para obtener el número de contratos necesarios N , habrá que multiplicar por E_t / I_t veces y dividir por el multiplicador del futuro M , ya que el valor del contrato de futuro es M veces mayor que su cotización:

$$N = h \frac{E_t}{I_t \cdot M} \quad (1.2)$$

Considerar un ratio de cobertura *ingenuo o naïve* $h=1$ supone asumir que el índice y su futuro varían de manera idéntica. Los análisis empíricos llevados a cabo para determinar h han mostrado que h es distinto de la unidad. Su cálculo se ha basado en técnicas econométricas que relacionan las series del índice y del futuro.

Las aproximaciones econométricas para el cálculo del ratio de cobertura que hemos encontrado en la literatura presentan algunas limitaciones. La serie de variaciones del *precio del futuro de próximo vencimiento* utilizada en las regresiones presenta discontinuidad, ya que está construida por *mini-series encadenadas* de contratos de distinto vencimiento que introducen *saltos* bruscos en la serie, sin contrapartida en la variación del índice, que se producen por el cambio en el plazo y en los dividendos pendientes de cobro hasta el vencimiento del próximo futuro. Ello lleva a cometer errores significativos en algunos puntos de la serie, según la evidencia obtenida para la muestra utilizada en la tesis (mercado español 2007-2010).

Hasta lo que sabemos, no se han realizado aproximaciones *no econométricas* del cálculo de h . En este trabajo proponemos un modelo de cobertura basado en un desarrollo algebraico que parte del cumplimiento de la condición de no arbitraje entre contado y futuro a fin de día (el mercado es eficiente) y en una estrategia dinámica de cobertura en la que el número de contratos de futuros se ajusta diariamente.

Como objetivos específicos hemos propuesto los siguientes:

1. Analizar el marco teórico correspondiente al cálculo del precio teórico del futuro y verificar si se cumple el modelo de *cost of carry* para el mercado bursátil español **al cierre del día**, es decir, si el precio teórico del futuro sobre el IBEX 35 es igual a su cotización en el mercado.
2. Realizar una revisión del marco teórico y de los resultados de trabajos anteriores sobre los modelos econométricos de cobertura con futuros sobre índices bursátiles, llevados a cabo para el IBEX 35 y para otros índices internacionales.
3. Desarrollar el marco teórico del Modelo Algebraico de Cobertura que proponemos como alternativa a los modelos econométricos, tanto para índices de precios como para índices de rendimientos⁸.
4. Aplicar el modelo MAC al caso español (2007-2010) y valorar la eficacia de la cobertura resultante.
5. Identificar el error que introduce la discontinuidad de la *serie precio del futuro de próximo vencimiento* en los modelos econométricos. Para ello realizaremos la regresión por MCO de la rentabilidad del *IBEX 35* sobre la del precio teórico de su futuro, en

⁸ Los índices de precios no incorporan el rendimiento de los dividendos, ejemplos: IBEX 35, S&P 500, FTSE y la mayor parte de los índices más relevantes. Los índices de rendimientos incorporan los dividendos simulando su reinversión en las acciones de las empresas que lo pagan: entre los índices principales se encuentran únicamente el DAX alemán, y el IBOVESPA brasileño. Aunque los principales índices de precios suelen tener una versión que incorpora los dividendos, como es el caso del IBEX 35 Dividendos, no tienen su correspondiente contrato de futuros en el mercado.

lugar de sobre su precio real, eliminado así el error en la cobertura derivado de las ineficiencias de mercado. También llevaremos a cabo este ejercicio teórico para el *IBEX 35 dividendos*, índice de rendimientos.

6. Aplicar los modelos econométricos (MCO, ECM y GARCH) a nuestra muestra tomando como referencia el precio de mercado del futuro y comparar los resultados obtenidos con los del modelo MAC.

Tras haber expuesto los motivos fundamentales que nos han llevado a elegir como tema de la tesis: *Cobertura de carteras índice de renta variable con futuros sobre el IBEX 35* y una vez definidos sus principales objetivos, vamos a exponer a continuación la estructura de la misma.

1.5 Estructura de la investigación

En este **capítulo I, Introducción**, estamos exponiendo las motivaciones de la tesis, los objetivos que nos proponemos alcanzar y la estructura del trabajo de investigación.

A continuación, presentaremos en el **capítulo II: El precio teórico del futuro y la condición de no arbitraje. Marco teórico y aplicación al IBEX 35**, el desarrollo analítico de la fórmula de cálculo del precio teórico de futuros sobre índices bursátiles y revisaremos la literatura relacionada. Posteriormente, aplicaremos la fórmula del precio teórico al mercado español (cierres diarios 2007-2010), para comparar los resultados con el precio de cotización real y analizar si se cumple la condición de no arbitraje entre contado y futuro (modelo *cost of carry*) para el mercado español.

El **capítulo III: Modelos econométricos de cobertura con futuros sobre índices bursátiles. Marco teórico y revisión de la literatura financiera**, comienza con la definición del ratio de cobertura y del número de contratos de futuros necesarios para cubrir una cartera que replica un índice bursátil, haciendo una revisión de la literatura financiera sobre los diferentes modelos, que se han fundamentado en herramientas econométricas. En este capítulo describimos el marco teórico de los modelos econométricos utilizados para el

cálculo del ratio óptimo de cobertura y hacemos una revisión de los resultados obtenidos en la literatura financiera relacionada.

En base al cumplimiento del modelo *cost of carry* y al seguimiento de una estrategia dinámica diaria de cobertura, desarrollaremos en el **capítulo IV** el marco teórico del **Modelo Algebraico de Cobertura (MAC)** para el cálculo del ratio de cobertura y, por tanto, para el número de contratos de futuros necesarios para cubrir el riesgo de una cartera índice de renta variable. Una vez definido el modelo, contrastaremos el grado de eficacia de las coberturas obtenidas para el mercado español (2007-2010). Posteriormente, identificaremos el error que introduce la discontinuidad de la *serie precio del futuro de próximo vencimiento* en los modelos econométricos, realizando la regresión por MCO de la rentabilidad del *IBEX 35* y del *IBEX 35 dividendos* en relación a los precios teóricos de sus respectivos futuros. Finalmente, aplicaremos los modelos econométricos (MCO, ECM y GARCH) a nuestra muestra tomando como referencia el precio de mercado del futuro y compararemos los resultados obtenidos con los del modelo MAC.

En el **capítulo V** expondremos las conclusiones globales, proponiendo algunas líneas de investigación a desarrollar en relación con el trabajo de esta tesis y planteando al Mercado y a los gestores de carteras algunas sugerencias que se derivan de las conclusiones del trabajo.

Finalmente, incluimos la bibliografía, los índices de cuadros y gráficos y los anexos.

CAPÍTULO II

EL PRECIO TEÓRICO DEL FUTURO Y LA CONDICIÓN DE NO ARBITRAJE. MARCO TEÓRICO Y APLICACIÓN AL IBEX 35.

Una vez definidos los objetivos y la estructura de la tesis, introduciremos ahora los conceptos asociados al contrato de futuros sobre índices bursátiles y a la condición de no arbitraje entre el precio del contado y del futuro. En este capítulo analizaremos el marco conceptual del cálculo del precio teórico del futuro en base al cumplimiento del *modelo cost of carry* (condición de no arbitraje entre contado y futuro) y expondremos los resultados de la aplicación de este modelo al caso español, para el periodo 2007-2010.

Revisaremos en primer lugar la literatura financiera referida al cumplimiento del modelo *cost of carry* a fin de día. Nuestro objetivo es desarrollar un modelo de cobertura de carteras índice con venta de futuros en base a su cumplimiento al cierre del mercado, que es cuando se aplican las coberturas *contables* en la práctica real de la gestión de carteras. Cabe anticipar que la mayor parte de los estudios relacionados con la eficiencia del mercado y las oportunidades de arbitraje se centran en el análisis de series con intervalos de minutos dentro de las sesiones de mercado. Esto hace que la literatura aplicada al enfoque de nuestro trabajo sea limitada en extensión.

Posteriormente, compararemos la cotización real del futuro en el mercado con el precio teórico obtenido, para determinar si sus diferencias al cierre del día son o no significativamente distintas de cero.

2.1 Arbitraje y precio teórico del futuro.

Cuando el riesgo neto de mercado de un conjunto de posiciones financieras es nulo y existe la posibilidad de generar un beneficio derivado de la ineficiencia de los mercados, hay incentivo a realizar una operación de **arbitraje**. En nuestro caso, por ejemplo, si existiese un beneficio comprando hoy una cartera de acciones que repliquen el índice y vendiendo simultáneamente un futuro sobre el índice, se llevaría a cabo la operación de arbitraje *directo* (o *cash and carry*). La propia presión al alza sobre los precios de las acciones por la compra al contado y la tensión a la baja derivada de las posiciones vendedoras en el futuro del índice, llevarían a los precios del contado y del futuro a una posición de equilibrio en la que no existiría incentivo al arbitraje. También pueden existir incentivos al arbitraje si hay beneficio vendiendo una cartera de acciones de réplica del índice, que se han pedido prestadas, y comprando un futuro sobre el índice, en este caso hablaríamos de un arbitraje *inverso* (o *reverse cash and carry*).

2.2 Precio teórico del futuro

Supongamos por el momento que no existen comisiones en las transacciones necesarias para realizar el arbitraje. Como se refleja en la tabla (2.1), el precio teórico del futuro se deriva de la condición de no arbitraje directo e inverso.

Tabla 2. 1 Condición de no arbitraje y precio teórico del futuro sobre índices bursátiles

Arbitraje <i>Directo o cash and carry</i> Compra del contado venta del futuro	Arbitraje <i>Inverso o reverse cash and carry</i> Venta del contado compra del futuro
<p>Al inicio de la operación:</p> <ol style="list-style-type: none"> Se pide prestado un importe S_t a un tipo de interés $r_{t,T}$ durante un periodo $T-t$, tiempo en años que media hasta el vencimiento del futuro. Se compra una cartera réplica del índice por un importe S_t Se vende un futuro a un precio F_t, vencimiento T (Nota⁹). Los dividendos a percibir hasta el vencimiento del futuro son conocidos. Se contratan forwards de tipo de interés (venta de FRAs) para asegurar el tipo al que se reinvertirán hasta el vencimiento T. <p>Durante la operación:</p> <ol style="list-style-type: none"> Se van cobrando los dividendos que van reinvirtiéndose a los tipos forward previamente contratados. <p>Al vencimiento en T, el resultado de la operación ha de ser cero para que no exista incentivo al arbitraje</p> <ol style="list-style-type: none"> Se vende la cartera a un precio S_T. Se paga el principal y los intereses del préstamo: $-S_t (1 + (T-t) \cdot r_{t,T})$ Los m dividendos percibidos y capitalizados a los tipos forward $\bar{r}_{\tau_i,T}$ se han convertido en: $D^* = \sum_{i=1}^m D_i (1 + (T - \tau_i) \cdot \bar{r}_{\tau_i,T}) \quad (2.1a)$ <p>Donde τ_i representa el tiempo en años desde el momento t hasta el pago de los sucesivos dividendos a percibir hasta el vencimiento del futuro</p> Se liquida el futuro recibiendo $F_t - S_T$ (Nota¹⁰) <p>El resultado de la operación en T igualado a cero será:</p> $S_T - S_t(1 + (T-t) \cdot r_{t,T}) + D^* + F_t - S_T = 0$	<p>Al inicio de la operación:</p> <ol style="list-style-type: none"> Se piden prestados títulos de las acciones que replican el índice ¹¹. Se venden las acciones en el mercado al contado por un importe S_t que se invierte a un tipo de interés $r_{t,T}$ hasta el vencimiento T, tiempo en años que media hasta el vencimiento del futuro. Se compra un futuro a un precio F_t, vencimiento T. El prestamista de los títulos exige que se le paguen los dividendos de las acciones que ha prestado a medida que se devenguen. Por tanto, habrá que asegurar mediante forwards (compra de FRAs) los tipos a pagar por los fondos tomados que se van a pedir para atender a dichos pagos y que se cancelarán en T. <p>Durante la operación:</p> <ol style="list-style-type: none"> Se van abonando al prestamista de los títulos los importes equivalentes de los dividendos a medida que se devenguen. Estos importes proceden de fondos tomados en el mercado cuyo coste fue fijado al tipo forward en el momento inicial de la operación. <p>Al vencimiento en T, el resultado de la operación ha de ser cero para que no exista incentivo al arbitraje:</p> <ol style="list-style-type: none"> Se recibe un importe de: $S_t (1 + (T-t) \cdot r_{t,T})$ <p>por el capital invertido procedente de la venta de títulos y sus intereses.</p> Se compran los títulos para su devolución al prestamista por un importe $-S_T$. Se devuelven los fondos tomados que se pidieron para pagar los dividendos con sus intereses a un coste financiero $\bar{r}_{\tau_i,T}$ $-D^* = -\sum_{i=1}^m D_i (1 + (T - \tau_i) \cdot \bar{r}_{\tau_i,T}) \quad (2.1b)$ Se liquida el futuro recibiendo $S_T - F_t$, resultando: $S_t(1 + (T-t) \cdot r_{t,T}) - S_T - D^* + S_T - F_t = 0$
<p>De donde se deriva el precio teórico del futuro en un mercado eficiente, en ambos casos es:</p> $F_t = S_t (1 + (T-t) \cdot r_{t,T}) - D^* \quad (2.2)$ <p><i>Fuente: elaboración propia</i></p>	

⁹ La garantía inicial y su ajuste derivado de la valoración a mercado de la cotización del futuro no suponen un coste de inversión, ya que su importe puede invertirse en el mercado monetario.

¹⁰ O pagando $-(S_T - F_t)$.

¹¹ Ver en RBC Dexia Investor Services (2011) el detalle de la operativa con préstamo de títulos.

Nótese que en la tabla (2.1) hemos considerado que el futuro se comporta como una operación forward, es decir, como una operación a plazo en un mercado no organizado u over the counter (OTC). Según Solórzano (1996), los estudios empíricos indican que el efecto de la liquidación diaria de pérdidas y ganancias sobre el precio teórico de los futuros financieros es mínimo, por lo que es posible equiparar el precio del contrato de futuros al precio del contrato a plazo (forward).

2.3 Versiones de la fórmula del precio teórico del futuro en la literatura financiera

En la literatura financiera que analiza la relación entre el precio del contado y el del futuro se ha intentado responder a dos tipos de preguntas: la primera, en qué grado se cumple el modelo *cost of carry* y, por tanto, si existen o no oportunidades de arbitraje en la operativa **intra-día**; la segunda si uno de los dos mercados es el que marca los precios y es seguido por el otro. Es menos frecuente encontrar trabajos centrados en nuestra proposición de partida, que consiste en valorar si el modelo de *cost of carry* se cumple **a fin de día**, con objeto de definir en base a ello el ratio óptimo de cobertura y, por tanto, el número de contratos que hay que vender para cubrir una cartera de acciones. En cualquier caso, independientemente del objetivo final, todos los análisis parten de diferentes definiciones del *precio teórico del futuro*, que exponemos seguidamente junto con las que se indican en los manuales relacionados. La ecuación (2.2) $F_t = S_t(1 + (T-t) \cdot r_{t,T}) - D^*$ indica el precio a pagar por un contrato de futuro cuando no existe incentivo a realizar un arbitraje comprando la cartera al contado y vendiendo el futuro, o viceversa. Este modo de expresar el precio del futuro es en realidad el que reproduce una operación en los términos en los que se llevaría a cabo en la práctica en un mercado. Esta fórmula ha sido la definida por Fabozzi y Kipnis (1989), Lafuente y Novales (2003) y Lárraga et al (2008)¹².

¹² A efectos de la capitalización del dividendo, estos autores separan el dividendo bruto en el dividendo neto y la retención fiscal. En un supuesto de rendimiento cero en la operación de arbitraje estas retenciones serían devueltas al inversor en el momento que determine a su régimen fiscal. Veremos más adelante que el efecto de la capitalización de los dividendos tiene un efecto mínimo en el cálculo el precio teórico del futuro y, por tanto, este efecto puede ser ignorado en la práctica.

Si se cumple la teoría de las expectativas de la estructura temporal de tipos de interés (Ver Mascareñas 2011)¹³, la ecuación (2.1) puede expresarse como

$$D^* = \sum_{i=1}^m D_i (1 + (T - \tau_i) \cdot \bar{r}_{\tau_i, T}) = \sum_{i=1}^m D_i \frac{1 + (T - t) \cdot r_{t, T}}{1 + (\tau_i - t) \cdot r_{t, \tau_i}} = (1 + (T - t) \cdot r_{t, T}) \sum_{i=1}^m D_i \frac{1}{1 + (\tau_i - t) \cdot r_{t, \tau_i}}$$

Denominemos D al valor presente de todos los dividendos a percibir, actualizados a t a sus respectivos tipos al contado,

$$D = \sum_{i=1}^m \frac{D_i}{1 + (\tau_i - t) \cdot r_{t, \tau_i}} \quad (2.3)$$

Tenemos entonces, que:

$$D^* = (1 + (T - t) \cdot r_{t, T}) \cdot D \quad (2.4)$$

Y sustituyendo en (2.2):

$$F_t = S_t (1 + (T - t) \cdot r_{t, T}) - D (1 + (T - t) \cdot r_{t, T}) \Rightarrow$$

$$F_t = (S_t - D) (1 + (T - t) \cdot r_{t, T}) \quad (2.5)$$

¹³ En momentos de crisis en el mercado de crédito, la teoría de las expectativas no es el único factor que intervenga, en la práctica, en la formación de los tipos de interés a plazo en el mercado. Según indica Mascareñas (2011p.63) “...el tipo de interés a plazo correspondiente a un período determinado estará formado por dos componentes: el tipo de interés al contado futuro (en el sentido de la teoría de las expectativas) y la prima de riesgo”.

La intuición detrás del modo de expresar el precio teórico del futuro en (2.5) es que si se produce un pago de dividendo en el instante cero, el índice ajustará los puntos equivalentes de dicho dividendo y en consecuencia, habrá de ajustar también el precio del futuro. Si el dividendo se recibe en una fecha posterior, habrá que calcular su valor actual, descontando al tipo *spot* respectivo. Ejemplos de definición del precio teórico del futuro según (2.5), los tenemos en Sutcliffe (2006) y Puttonen (1993a y 1993b).

Otros autores como Cornet y French (1983); Figlewski (1984); Yadav y Pope (1990), Chung (1991); Stoll and Whaley (1993); Buhler y Kempf (1994)¹⁴; Miller et al (1994); Neal (1996)¹⁵ y Solórzano (1996) optan por una versión de la ecuación (2.2) en la que se aplica capitalización continua a la posición de contado y a los dividendos, es decir:

$$F_t = S_t e^{T \cdot r_{t,T}} - \sum_{i=1}^m D_i e^{(T-\tau_i) r_{\tau_i, T}} \quad (2.6)$$

Wang (2007), Techarongrojwong (2008), Hull (2009) y Fassas (2010) aplican en su análisis la versión en capitalización continua de la fórmula (2.5).

$$F_t = (S_t - \sum_{i=1}^m D_i e^{-r_{t,T}(\tau_i - t)}) \cdot e^{r_{t,T}(T-t)} \quad (2.7)$$

¹⁴ Aunque los autores definen de este modo la ecuación genérica del precio teórico del futuro, su estudio sobre las posibilidades de arbitraje entre contado y futuro se hace sobre el índice DAX que es un índice de rendimientos y que, por tanto incluye la rentabilidad de los dividendos. Para su análisis empírico aplican $F_0 = S_0 e^{T r_{(0,T)}}$

¹⁵ En su análisis empírico, Neal asume que la curva de tipos de interés es plana y, por tanto, se capitalizan los dividendos al mismo tipo de interés que el que se observa al plazo hasta el vencimiento del futuro (en lugar de utilizar los tipos forward). Veremos en nuestro análisis sobre el IBEX 35 que el efecto de capitalización de los dividendos en la base teórica del futuro es irrelevante, por lo que esta aproximación no afecta a los resultados del análisis.

Como sabemos, la capitalización continua representa una extensión, en el límite, de la capitalización compuesta realizada en un número infinito de periodos de duración infinitesimalmente pequeña¹⁶. En la vida real no hay modo de instrumentar una operación en el mercado monetario mediante capitalización continua, no obstante el error que se comete utilizando (2.6) es imperceptible. Veamos un ejemplo.

Supongamos un tipo efectivo anual del 5%, cuyo equivalente en tasa continua de capitalización es:

$$1 \cdot e^r = 1,05 \Rightarrow r = \ln 1,05 = 4,879\%$$

Si capitalizamos a 30 días, la diferencia entre ambos criterios de capitalización, suponiendo un contado del índice de 10.000 puntos y ausencia de dividendos, sería

$$F_0 = 10.000 \left(1 + 0,05 \frac{30}{360} \right) = 10.041,6667 \quad F_0^* = 10.000 e^{0,04879 \frac{30}{360}} = 10.040,7411$$

$$\text{Con un error de } \frac{F_0^*}{F_0} - 1 = -9 \cdot 10^{-5}$$

Otra cuestión diferente es cuando, simultáneamente, se consideran la capitalización continua del subyacente a una tasa r y la distribución continua del dividendo a una tasa anual q . De este modo, el coste neto de financiar la posición de contado de un arbitraje directo viene determinado por los intereses a pagar por los fondos tomados en el mercado menos los dividendos que se perciben, que ejercen un efecto compensatorio del coste de financiación. El valor teórico del futuro toma en este caso la forma:

$$F_t = S_t e^{(T-t)(r - q)} \quad (2.8)$$

Este modo de expresar el precio del futuro puede encontrarse en Bailey (1989) Climent y Pardo (1996) Lafuente (1999); Ganley y Trebesch (2000); Lafuente y Novales (2003); Roll,

¹⁶ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{r}{n} \right)^n \right]^T = e^{rT}$

Schwartz, y Subrahmanyam (2007); Richie et al (2008), Białkowski y Jakubowski (2008), Alexander y Barbosa (2008) y McMillan y Phillip (2012).

Lindahl (1991) aplica asimismo una tasa continua de dividendos mediante la fórmula:

$$F_t = S_t + S_t (r_{t,T} - q) \quad (2.9)$$

La consideración de una tasa de dividendos continua introduce un margen de error significativo en el análisis del precio teórico del futuro, ya que en mayor o menor medida, las empresas que componen los índices concentran el pago de dividendos en determinadas fechas. Un ejemplo del efecto de la concentración de dividendos para el S&P 500 puede consultarse en Gastineau y Madansky (1983).

2.5 Resultados de investigaciones anteriores

Un primer análisis sobre el cumplimiento del modelo *cost of carry* para coberturas sobre índices bursátiles a fin de día es llevado a cabo por Figlewsky (1984), poco después de que se introdujesen en el mercado los futuros sobre índices bursátiles en 1982 en Estados Unidos.

Figlewsky obtiene una diferencia media entre el precio real del futuro y su precio teórico de un 0,21% con una desviación típica del 1% concluyendo en su análisis sobre datos de cierre del periodo junio 1982 – septiembre 1983 que, para el S&P 500, la diferencia entre el precio real del futuro y su precio teórico era estadísticamente significativa, si bien la ineficiencia del mercado tendía a desaparecer con el tiempo.

Bailey (1989) utilizando las métricas *Mean Percentage Error (MPE- ecuación 2.10)* y *Mean Absolute Percentage Error (MAPE-ecuación 2.11)*, obtiene errores de un MPE del -0.25% y de un MAPE del 0.8% entre el precio real del futuro del Nikkei y su precio teórico según el modelo de *cost of carry*, para el periodo septiembre 1986 – marzo 1987.

$$MPE = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \frac{F_{c_i} - F_{t_i}}{F_{t_i}} \quad (2.10)$$

$$MAPE = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \frac{|F_{c_i} - F_{t_i}|}{F_{t_i}} \quad (2.11)$$

Siendo

F_t : Precio teórico del futuro el día que se realiza la cobertura

F_c : Precio de cotización del futuro en el mercado en el momento t

Estas diferencias pueden considerarse elevadas en relación a los resultados que se obtendrán en etapas más avanzadas del desarrollo del mercado de futuros en Japón y pudieron haberse debido tanto a la falta de madurez del mercado como al hecho de que Bailey utilizó para calcular el futuro teórico la expresión de dividendos continuos (ecuación 2.8).

Yadav y Pope (1990) analizan el cumplimiento del modelo *cost of carry* en el FTSE-100 para los precios diarios de cierre desde junio 1984 a junio 1988, calculando la desviación entre el precio de cotización del futuro y su precio teórico, como:

$$MPE^* = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \frac{F_{c_i} - F_{t_i}}{I_{t_i}} \quad (2.12)$$

El error medio obtenido es del 0.40% con un rango mínimo y máximo de (-5.85%, 2.06%). De nuevo estas diferencias son significativas y pueden atribuirse a la ineficiencia derivada del desarrollo temprano del mercado de futuros en Reino Unido en el momento del estudio, pero también a que utilizan en el denominador la cotización del índice en lugar de la del futuro, que pueden diferir significativamente en ocasiones por el efecto de los dividendos y de la capitalización del contado a vencimiento.

Wang (2007) analiza el cumplimiento del modelo *cost of carry* para el Nikkei, el Hang Seng y el Kospi obteniendo los siguientes resultados para el periodo 1997-2005 (tabla 2.2):

Tabla 2. 2 Diferencia entre el futuro a mercado y precio teórico (Japón, Hong Kong y Corea del Sur

	Percentage Error (PE)		Absolute Percentage Error (APE)	
	<i>Media (MPE)</i>	<i>Desv estandar</i>	<i>Media (MAPE)</i>	<i>Desv estandar</i>
Nikkei 225 (Japón)	-0.0421%	0.3552%	0.2579%	0.2477%
Hang Seng (Hong Kong)	-0.1310%	0.6309%	0.4056%	0.5006%
Kospi 200 (Corea del Sur 200)	-0.3837%	1.7763%	1.0014%	1.5173%

Fuente: Wang (2007)

Como podemos observar, el trabajo de Wang pone de manifiesto que, en los mercados menos desarrollados (en general menos eficientes), la diferencia entre el precio de cotización del futuro y su precio teórico es mayor.

Replicando la metodología de Wang, para 2006-2008, Techarongrojwong (2008) obtiene los siguientes resultados para el mercado de Tailandia (tabla 2.3), evidenciando de nuevo que los mercados menos desarrollados son menos eficientes.

Tabla 2. 3 Diferencia entre precio del futuro a mercado y teórico Tailandia

	Percentage Error (PE)		Absolute Percentage Error (APE)	
	<i>Media (MPE)</i>	<i>Desv estandar</i>	<i>Media (MAPE)</i>	<i>Desv estandar</i>
SET 50 (Tailandia)	-1.3657%	6.6659%	4.7600%	4.8579%

Fuente: Techarongrojwong (2008)

Fassas (2010) analiza el cumplimiento del modelo cost of carry para los cierres diarios del mercado griego (ATHEX-20) del periodo 2004-2009, aplicando la ecuación (2.12) y obtiene un $MPE^* = -0.67\%$ con una desviación estándar del 0.75% y un rango de variación de $(-4.7\% ; 1.7\%)$

2.6 Aplicación al mercado español (2007-2010)

A continuación vamos a analizar si se cumple el modelo de *cost of carry* para el mercado bursátil español **al cierre del día**, es decir, si el precio teórico del futuro sobre el IBEX 35 es igual a su cotización en el mercado.

2.6.1 Datos

Las series de datos necesarias para el cálculo del precio teórico del futuro, son: **cotización del IBEX**, **dividendos** de las acciones de la cartera de réplica y **tipos de interés** a aplicar a la posición de contado y a los dividendos. Para valorar las oportunidades de arbitraje y, por tanto, la eficiencia en el mercado español entre contado y futuro, necesitaremos adicionalmente las **cotizaciones del futuro** de próximo vencimiento.

Cotización del IBEX: cotización oficial del cierre del mercado (fin de día) obtenida de la base de datos de la web de Sociedad de Bolsas S.A. ¹⁷

Tipos de interés: tipos eonia y euribor 1 mes del mercado interbancario para cada uno de los días de los valores de la serie, tomados de las series históricas de Euribor-EBF. ¹⁸

El tipo de interés al que un arbitrajista financiará la posición de contado (en un arbitraje directo) o invertirá los fondos procedentes de la venta en corto de los títulos (arbitraje inverso) dependerá de la tasa interna que le aplique su entidad financiera para las operaciones de tesorería. En esta tasa deberían incluirse, tanto el coste en el mercado de los fondos ajenos, como el coste de los fondos propios. En la práctica se utiliza como referencia, bien el tipo de interés *repo* de la deuda soberana sin riesgo o bien el tipo de interés interbancario.

¹⁷ Obtenida en Sociedad de Bolsas S.A. (2011)

¹⁸ Euribor-EBF (2011)

Preferimos utilizar los tipos interbancarios en lugar de los repos de deuda del estado, ya que los primeros representan mejor, a nuestro juicio, el tipo al que un operador de mercado pide fondos para el arbitraje directo, si bien es cierto que en el arbitraje inverso el importe resultante de la venta en corto de las acciones puede invertirse en el interbancario o en el mercado de deuda “sin riesgo”. En la práctica, como indican Hull y White (2013 p.3) “*Para transacciones sin garantía, la mayoría de los operadores continúan utilizando los tipos del LIBOR para la valoración*”¹⁹

Dividendos: los dividendos pagados en cada uno de los días de la serie se derivan, como explicaremos en el apartado de metodología, a partir de las bases de datos del IBEX IMPACTO DIVIDENDOS.

Cotización del futuro: a partir de las bases de datos oficiales de MEFF²⁰, en las que se facilitan los cierres de precios de los derivados sobre el IBEX 35, hemos construido la serie para el periodo analizado, filtrando los datos del futuro sobre el IBEX de vencimiento más inmediato a cada fecha de la serie.

Hemos excluido de la serie histórica que analizamos los datos correspondientes a los días de vencimiento del futuro del IBEX 35, ya que en estas fechas, los precios de cierre del futuro y del contado se realizan con un desfase horario significativo, por lo que no son cifras homogéneas.²¹ Después de este ajuste, nuestra muestra cuenta con 963 observaciones, correspondientes a los datos diarios de los años 2007-2010.

El filtrado y tratamiento de las series y la elaboración de las tablas y los gráficos de la tesis se han apoyado en los programas informáticos *Excel* y *Stata 12*.

¹⁹ Texto original en inglés: “For non-collateralized transactions, most dealers continue to use LIBOR rates for valuation”.

²⁰ MEFF (2011) Base de datos de MEFF: Información histórica precios fin de día

²¹ Los días de vencimiento del contrato de futuros sobre el IBEX, el precio de cierre del Futuro sobre el Ibex se calcula en base a la media aritmética del índice entre las 16:44 y las 17:15 (un valor por minuto), en tanto que el IBEX toma el valor de cierre a las 17:35. El resto de los días existe asimismo un desfase horario, aunque de menor relevancia, ya que el precio del cierre del futuro tiene lugar a las 17:30 (media entre el precio de oferta y demanda).

2.6.2 Metodología

El objetivo consiste en calcular el precio teórico del futuro y compararlo con su precio de cotización real al cierre de mercado para cada uno de los días de la serie 2007-2010. En caso de que las diferencias no sean significativas, la proposición de partida para el cálculo del ratio de cobertura del modelo MAC, que desarrollamos en el Capítulo IV, se cumpliría.

Sean:

F_t	Precio teórico del futuro en el momento t
I_t	Cotización al contado del IBEX en el momento t
T	Tiempo desde t hasta la fecha de vencimiento del futuro (años)
τ_i	Fechas en las que se reciben los dividendos $t < \tau_i < T$ (años)
D_{τ}	Dividendo a percibir en el momento τ
$r_{t,T}$	Tipo de interés de mercado hasta el vencimiento del futuro
$\bar{r}_{\tau_i,T}$	Tipo de interés forward desde el momento en el que se recibe el dividendo hasta el vencimiento del futuro
F_c	Precio de cotización del futuro en el mercado en el momento t

Partiendo de la fórmula genérica del precio teórico del futuro (2.2), siendo el contado del activo subyacente la cotización en puntos del IBEX 35 = I_t , y presentando la fórmula para identificar la base teórica desglosada en sus tres componentes ²², tendríamos que:

$$F_t = I_t + \left[I_t \cdot (T-t) \cdot r_{t,T} - \sum_{i=1}^m D_i - \sum_{i=1}^m \bar{r}_{\tau_i,T} \cdot D_i \right] \quad (2.13)$$

²² La base teórica es la expresión entre corchetes, que se descompone, respectivamente en: efecto de financiación del contado, dividendos hasta el próximo vencimiento del futuro y efecto de capitalizar dichos dividendos hasta el vencimiento.

Hemos valorado el impacto de $\sum_{i=1}^m \bar{r}_{\tau_i, T} \cdot D_i$ en el precio teórico del futuro, tomando entre los contratos de futuro de nuestra serie, el que mayor impacto de dividendos tuvo durante el periodo analizado (152.7 puntos de IBEX 35), que corresponde al futuro de vencimiento mayo de 2010. El efecto, calculado a un tipo de interés anormalmente alto del 10%, sobre el precio teórico del futuro²³, según la siguiente expresión:

$$\frac{\sum_{i=1}^m \bar{r}_{\tau_i, T} \cdot D_i}{F_t} \quad (2.14)$$

es de 5×10^{-5} , por lo tanto, despreciaremos en nuestro análisis el tercer componente de la base teórica²⁴ y utilizaremos la expresión:

$$F_t = I_t + \left[I_t \cdot (T-t) \cdot r_{t, T} - \sum_{i=1}^m D_i \right] \quad (2.15)$$

- Los datos de I_t se toman directamente de la serie.
- $r_{t, T}$ se obtiene por interpolación lineal entre el tipo eonia y el euribor 1 mes.
- Los dividendos D_i se obtienen de la serie del *IBEX IMPACTO DIVIDENDOS (IMP)*, siendo $D_i = IMP_{\tau_i} - IMP_{\tau_i-1}$.

Una vez obtenido el precio teórico del futuro, compararemos su resultado con su precio de cotización para cada uno de los puntos de la serie analizada.

²³ El 19/04/10, fue lunes primer día de contratación como futuro de próximo vencimiento. En este caso concurren: el importe mayor de dividendos pendientes hasta el vencimiento del futuro, con el mayor plazo hasta vencimiento, por tanto el mayor efecto en la capitalización de los dividendos pendientes.

²⁴ Fabozzi y Kipnis (1989, p112) proponen asimismo utilizar esta aproximación siempre que los plazos que transcurren desde el pago del dividendo hasta el vencimiento del futuro sean reducidos.

Para tener en cuenta el efecto de capitalización de los dividendos para todos los puntos de la muestra, se tendría que calcular una curva de tipos de interés para cada uno de sus puntos, lo que nos llevaría a tener 963 curvas de tipos de interés para capitalizar los dividendos que se reciben hasta la fecha del futuro de próximo vencimiento. Este análisis resultaría ineficiente en relación el exiguo impacto en el precio teórico del futuro.

2.6.3 Resultados: base teórica en relación al precio teórico del futuro

En la tabla (2.4) se resumen las principales estadísticas relativas al cociente entre la base teórica y el precio teórico del futuro y su desglose en las dos componentes consideradas:

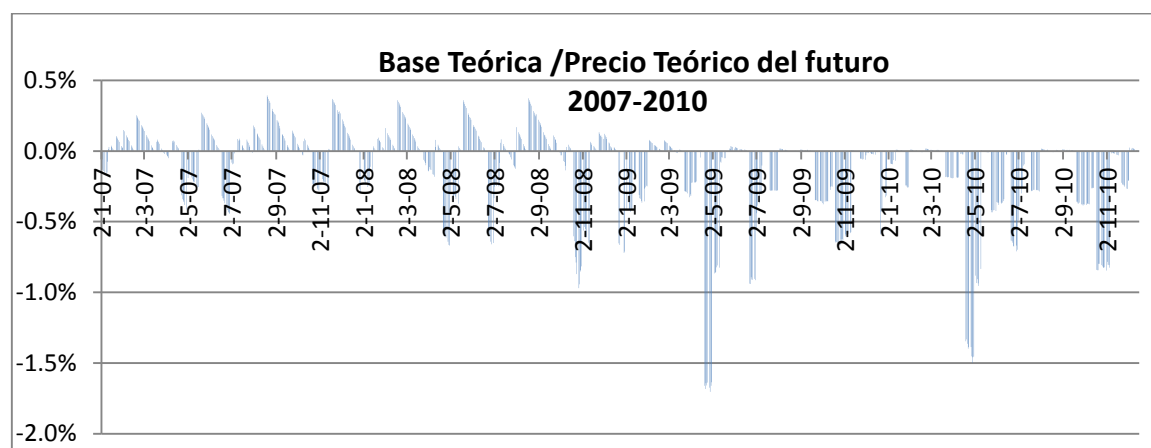
Tabla 2. 4 Base teórica/precio teórico del futuro 2007-2010

BASE TEÓRICA/PRECIO TEÓRICO DEL FUTURO 2007-2010			
	Base teórica	Efecto Financiación Contado	Efecto Dividendos
	A =B+C	B	C
Media	-0.135%	0.0958%	-0.230%
Desv estandar	0.333%	0.1018%	0.328%
Max	0.393%	0.4190%	0.000%
Min	-1.661%	0.0009%	-1.707%

Fuente: elaboración propia

La relación entre la base teórica y el precio teórico del futuro en cada uno de los puntos de la serie, se muestra en la gráfico (2.1)

Gráfico 2. 1. Base Teórica / Precio teórico del futuro IBEX 35 (2007-2010)



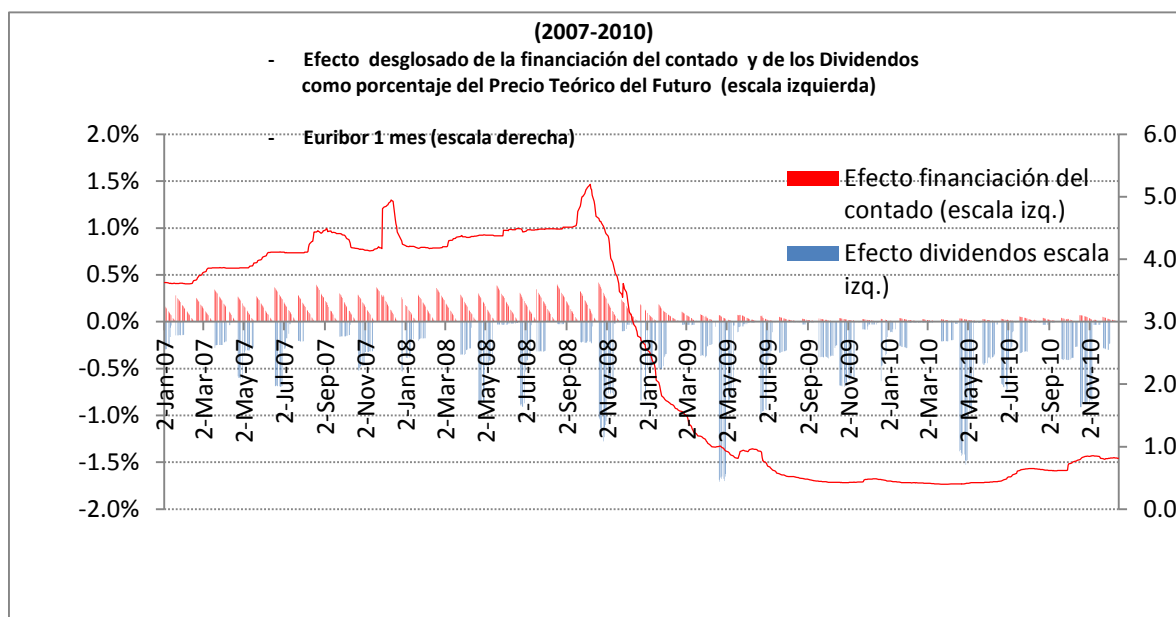
Fuente: elaboración propia

Los valores positivos de la serie se corresponden con los días en los que el efecto de financiación del contado (capitalización del índice al tipo de interés de mercado hasta el

vencimiento del próximo futuro) es superior al efecto de los dividendos pendientes de cobro hasta el próximo dividendo.

Veamos en el gráfico (2.2) el efecto separado de ambos componentes de la base y su comparación con la evolución del tipo de interés.

Gráfico 2. 2. Desglose de la base teórica/precio teórico del futuro %
(Efectos capitalización y dividendos) y tipo del euribor a 1 mes)



Fuente: elaboración propia

Como puede observarse, la disminución del efecto financiación del contado se explica por la bajada de los tipos de interés de mercado, que a partir de 1999 se sitúan en niveles inferiores al 1%.

2.6.4 Tipos de interés. Análisis de sensibilidad

Hemos realizado un análisis de sensibilidad de la base teórica ante una subida de 500 puntos básicos en los tipos de interés eonia y del euribor 1 mes, para cada uno de los puntos de la serie. Mostramos los resultados en la tabla (2.5)

Tabla 2. 5 Análisis de sensibilidad de la base ante una variación de tipos de interés

+ 500 puntos básicos

Aumento de 500 puntos básicos en eonia y euribor 1 m	Base teórica / Precio teórico del futuro	Efecto Financiación Contado	Efecto Dividendos
	A=B+C	B	C
Media	0.074%	0.294%	-0.220%
Desv estandar	0.306%	0.197%	0.313%
Max	0.833%	0.865%	0.000%
Min	-1.359%	0.000%	-1.757%

Fuente: elaboración propia

A estos niveles de tipos de interés para una misma estructura de pago de dividendos, el efecto de financiación, en media, sería superior al efecto de los dividendos.

2.6.5 Resultados: Diferencias entre el precio de cotización y el precio teórico del futuro para el IBEX 35 2007-2010

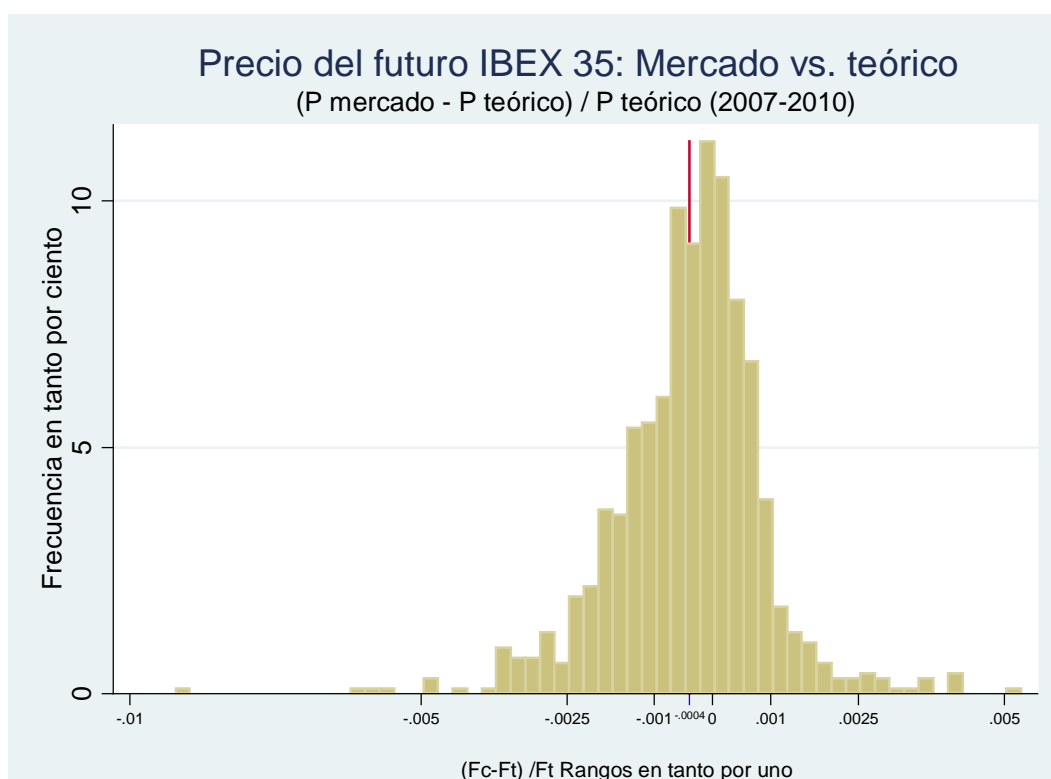
Hemos calculado, para cada uno de los puntos de la serie 2007-2010, la diferencia porcentual entre el precio real y el precio teórico del futuro, según:

$$PE = \frac{F_c - F_t}{F_t} \quad (2.16)$$

Donde F_c y F_t son, respectivamente, el precio de cotización del futuro y su precio teórico

En el gráfico (2.3) se muestran los resultados:

Gráfico 2. 3. Histograma de los errores porcentuales (PE_i)



Fuente: elaboración propia

En el gráfico observamos un alto grado de concentración entorno al 0%, que debería ser el valor obtenido si se cumple que $F_c = F_t$.

Recordemos, no obstante, que las observaciones de nuestra serie 2007-2010 corresponden a la información al cierre del mercado de cada día, por tanto, nuestros resultados no indican si existen o no oportunidades de arbitraje en el transcurso de cada sesión de mercado.

En un análisis más detallado del histograma del gráfico (2.3) podemos observar que la serie presenta asimetría. En efecto, cuando separamos en dos sub-series los valores positivos y negativos, obtenemos los resultados de la tabla (2.6).

Tabla 2. 6 Diferencias positivas y negativas (PE_i)
en el cumplimiento del modelo *cost of carry*: IBEX 35, (2007-2010)

	PE_i	$PE_i > 0$	$PE_i < 0$
Media	-0.04%	0.03%	-0.07%
Desv estandar	0.12%	0.06%	0.09%
Max	0.52%		
Min	-0.60%		
n	963	357	606

Fuente: elaboración propia

En ausencia de comisiones, las 359 observaciones $PE_i > 0$ representan aquellos casos en los que sería posible comprar la cartera al contado y venderla a futuro por un precio superior al teórico (*arbitraje directo o cash and carry*). Suponen un 37% del total, y presentan una media más cercana a cero y una desviación típica inferior que las 604 observaciones en las que $PE_i < 0$ y que podrían dar lugar a un arbitraje comprando el futuro y vendiendo en corto la posición de contado (*arbitraje inverso o reverse cash and carry*). Esta asimetría pudiera posiblemente explicarse por la relativa dificultad para tomar posiciones cortas en el contado (obtener títulos a préstamo para venderlos en corto) o la propia restricción de las ventas en corto que comenzó en toda Europa en septiembre de 2008. El trabajo realizado por McMillan y Philip (2012 p.135) para 52 valores del mercado europeo, de los cuales 6 correspondían al mercado español, apunta en esta dirección: “*Se piensa que una restricción de venta en corto del activo al contado podría retardar el proceso de arbitraje y afectar al equilibrio...; nuestra investigación proporciona evidencia de que este es realmente el caso*”²⁵.

²⁵ Texto original del artículo:” ...it is believed that a short-sale constraint on the spot asset would retard the arbitrage process and affect the equilibrium...; our research provides evidence as to whether that is indeed the case.

Utilizando las mismas métricas que Wang (tabla 2.2) podemos comparar sus resultados sobre el Nikkei con los que obtenemos sobre nuestra muestra del IBEX 35 (tabla 2.7)

Tabla 2.7 Wang (Nikkei 1997-2005) vs. nuestro análisis del IBEX 35 (2007-2010)

	Percentage Error (PE)		Absolute Percentage Error (APE)	
	Media (MPE)	Desv estandar	Media (MAPE)	Desv estandar
Nikkei 225 (1997-2005) - Wang	-0.0421%	0.3552%	0.2579%	0.2477%
IBEX 35 (2007-2010)- Tesis	-0.0401%	0.1283%	0.0941%	0.0913%

Fuente: Wang (2007) y elaboración propia

Vemos que el mercado español presenta un mejor cumplimiento del modelo *cost of carry*, lo que puede ser debido a que el periodo que se analiza en el IBEX 35 corresponde a una etapa posterior a la del Nikkei, siendo consistente este resultado con la hipótesis de que el modelo tiende a cumplirse en la medida en que se desarrollan los mercados y éstos tienden a ser más eficientes.

2.6.6 El efecto de las comisiones

Nuestro objetivo no es analizar las posibilidades efectivas de arbitraje en el mercado, sino valorar si se puede considerar que la diferencia $F_c = F_t$ no es significativamente distinta de cero, ya que, como hemos mencionado con anterioridad, la condición de no arbitraje es nuestra proposición de partida para el cálculo del ratio de cobertura de carteras índice de acciones con futuros sobre el índice bursátil. No obstante, resulta de interés valorar cuál es el impacto de las comisiones en el incentivo a realizar operaciones de arbitraje entre el contado y el futuro a fin de día. Las comisiones aplicadas varían en el tiempo y dependen de los volúmenes de contratación y de las condiciones pactadas con cada intermediario.

Al no conocer bases de datos para determinar sus importes, hemos realizado una aproximación de su coste²⁶. En la apertura de un arbitraje *directo* se compra al contado una cartera que replica el IBEX 35 y se vende un contrato de futuro sobre el IBEX 35.

Considerando la cotización media del IBEX 35 durante 2007-2010, aplicando el multiplicador de 10 €y teniendo en cuenta las diferentes comisiones, el coste de la apertura del arbitraje asciende al 0.086% (tabla 2.8). El proceso sería el siguiente: se compran acciones por un efectivo igual a la cotización en puntos x 10 €(multiplicador del futuro), al que se aplica la suma de comisiones de la sociedad de valores, el canon de la Bolsa y el corretaje de liquidación, en este caso 0.0826%, que, sobre un efectivo de 117 860 €suponen 97.32 euros. Añadiendo los 3.75 euros que cuesta un contrato de futuro sobre el IBEX 35, obtenemos los 101.05 € que suponen un 0.086% del efectivo (viaje de ida). Para cerrar el arbitraje, se venderá la cartera de acciones y se comprará un contrato de futuro para cerrar la posición, asumiendo similares costes de transacción²⁷. Por tanto, el total de comisiones pagadas por la apertura y el cierre del arbitraje sería 0.086% x 2= 0,17%, que eliminaría el incentivo al arbitraje en la mayor parte de las observaciones representadas en el histograma del gráfico (2.3).

Tabla 2. 8 Efecto de las comisiones de arbitraje directo e inverso

Comisiones compra acciones							Venta del Futuro	TOTAL Comisiones Apertura arbitraje	
Puntos del IBEX	Compra acciones (IBEX x10€)	Sociedad de Valores	Contratación Canon Bolsa	Liquidación	TOTAL %	TOTAL EUROS	EUROS	EUROS	%
A	B=A X 10€	C	D	E	F=C+D+E	G=BXF	H	I=G+H	J=I/B
11786	117860	0.0700%	0.0096%	0.0030%	0.0826%	97.32	3.75	101.07	0.086%

Fuente: Self-Trade Bank (2008), Interdín (2008), RBC Dexia (2008) y elaboración propia

²⁶ Para las comisiones de las transacciones de compra-venta de acciones (corretaje, canon de bolsa y liquidación), compra-venta de futuros y préstamo de acciones se han aplicado las del mercado a día 24/08/08. Ver Self-Trade Bank(2008) , Interdín (2008) y RBC Dexia (2008).

²⁷ Podrán variar en la medida que el valor efectivo de la cartera cambie. Por ejemplo, para un aumento del valor de la cartera del 10% las comisiones a pagar para el cierre del arbitraje serían del 0.094% en lugar del 0.086%

En el caso de que exista un incentivo a realizar un *arbitraje inverso*, se piden prestados títulos que conforman una cartera que replica el IBEX, pagando un alquiler, se vende la cartera y se invierte el efectivo en el mercado monetario. Se compra un contrato de futuro sobre el IBEX. Para cerrar la posición, se recompra la cartera de réplica equivalente y se vende un contrato de futuro. La diferencia del coste de las comisiones con respecto al arbitraje *directo* viene determinada por la brecha que exista entre el tipo de interés al que se invierte el efectivo de la venta y el coste del alquiler de los títulos. Esta diferencia presenta una alta volatilidad, ya que, mientras que el rendimiento de efectivo viene determinado por el tipo de interés en el mercado monetario, el coste del alquiler de títulos depende en cada momento de los títulos disponibles para alquilar y de la oferta-demanda de los mismos. Es por ello por lo que los arbitrajes *inversos* tienen mayor dificultad de ejecución. Si consideramos que el tipo de interés del alquiler de los títulos y el del rendimiento del efectivo resultante de la venta de los títulos son iguales, la comisión sería igual a la resultante del arbitraje *directo*. Por cada 100 puntos básicos de diferencia entre ambos, para el caso de la tabla (2.8), el coste del arbitraje/día variaría un 0.003%

Un análisis de las posibilidades de arbitraje para el índice MMI²⁸, incluyendo las comisiones de transacción, puede encontrarse en Chung (1991).

²⁸ El MMI (Major Market Index) está compuesto por los 20 valores de mayor capitalización de Estados Unidos.

Conclusiones del Capítulo II

Los resultados de los trabajos analizados en la literatura, en relación al cumplimiento de la condición de no arbitraje entre el contado y el futuro al cierre diario del mercado, apuntan en la dirección de la hipótesis de que la diferencia entre el precio real de cotización del futuro y su precio teórico se acercan a cero en la medida en que el mercado es más maduro.

En el análisis del cumplimiento del modelo *cost of carry* para el mercado español (2007-2010) obtenemos unas diferencias en términos de media de los errores porcentuales (MPE) del (- 0.04%), con una distribución de frecuencias altamente concentrada en torno al 0%. Estos resultados permiten aceptar la hipótesis de que no existen diferencias de alcance entre el precio teórico del futuro sobre el IBEX 35 y su cotización en el mercado a fin de día.

Por tanto, podemos concluir que se cumple el modelo cost of carry en el mercado español para las cotizaciones a fin de día para el periodo 2007-2010.

CAPÍTULO III

MODELOS ECONOMÉTRICOS DE COBERTURA CON FUTUROS SOBRE ÍNDICES BURSÁTILES: MARCO TEÓRICO Y REVISIÓN DE LA LITERATURA FINANCIERA

En este capítulo haremos una descripción de los principios teóricos básicos de los modelos econométricos de cobertura y una revisión de la literatura financiera sobre los trabajos realizados para el IBEX-35 y para otros índices internacionales.

3.1 *Ratio de cobertura: consideraciones previas*

Recordemos que según (1.1) y (1.2) tenemos que:

$$\Delta I_t - h \Delta F_t = i \qquad N_t = h \frac{E_t}{I_t M}$$

Siendo h el número de contratos de futuro que habría que vender para cubrir una cartera de renta variable con un efectivo igual al valor del índice I_t con un futuro cuyo valor es igual a su cotización en puntos y N_t el número de contratos necesarios para cubrir un efectivo cualquiera E_t , cuando el multiplicador del futuro es M , e i el efecto de la capitalización del contado hasta el vencimiento del futuro.

Todas las variables de las anteriores ecuaciones son conocidas, excepto h , por tanto, una vez éste quede determinado, quedará resuelta la operación de cobertura. El primer método utilizado fue el denominado *ingenue o naïve*, que supone utilizar un ratio igual a la unidad. Si bien este método reduce sin duda el riesgo de la cartera, no puede considerarse adecuado, ya que se basa en asumir que la base entre el precio del contado y del futuro es nula, circunstancia que en un mercado eficiente ocurre solamente el día del vencimiento del contrato, o cuando el efecto positivo de la capitalización hasta el vencimiento de la posición de contado se compensa con el efecto negativo de los dividendos pendientes de cobro, resultando una base igual a cero.

Posteriormente, comenzaron a utilizarse modelos econométricos para determinar el ratio óptimo de cobertura. Inicialmente se propuso el modelo de regresión simple por mínimos cuadrados ordinarios (MCO)²⁹, siendo introducidos después modelos más avanzados (ECM, y GARCH en sus diferentes variantes)³⁰, para solucionar el incumplimiento de algunas de

²⁹ Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS= Ordinary Least Squares).

³⁰ ECM (Error Correction Model) GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)

las especificaciones del modelo de regresión lineal tradicional, como la cointegración de las series entre contado y del futuro y la heterocedasticidad de la varianza³¹.

3.2 *Ratio de Cobertura de mínima varianza por MCO*

La primera referencia al ratio de cobertura de mínima varianza (RCMV)³² la encontramos en Johnson (1960), que define el modelo teórico para el ratio óptimo de cobertura en el mercado de *commodities* en los siguientes términos:

Siendo, p una cartera formada por una posición larga en el contado y corta en el futuro y $V_p = \Delta P$, $V_s = \Delta S$, $V_f = \Delta F$, las variaciones absolutas de precios de la cartera conjunta, de la posición de contado y del futuro en un periodo dado, respectivamente, y h el ratio de cobertura, la ecuación de la cartera conjunta será:

$$V_p = V_s - h V_f \quad (3.1)$$

Y su varianza vendrá determinada por la expresión:

$$\sigma_p^2 = \sigma_s^2 + h^2 \sigma_f^2 - 2 h \sigma_{s,f} \quad (3.2)$$

Donde $\sigma_p^2, \sigma_s^2, \sigma_f^2$ son las varianzas de las diferencias en términos absolutos de la cartera conjunta, de la posición en el contado y del futuro, respectivamente y $\sigma_{s,f}$, la covarianza entre las variaciones absolutas del contado y el del futuro. Derivando parcialmente con respecto a h e igualando a cero, obtenemos la expresión que minimiza la varianza de la cartera conjunta:

³¹ Una descripción de los supuestos de partida que deben cumplir las series para llevar a cabo una regresión por MCO puede encontrarse, por ejemplo en Wonnacott, TH y Wonnacott, RJ. (1990 p 272-374) o Brooks (2008 p. 43-50).

³² MVHR: Minimum Variance Hedge Ratio, en inglés.

$$h = \frac{\sigma_{sf}}{\sigma_f^2} \quad (3.3)$$

Ederington (1979) aplicó el ratio de cobertura introducido por Johnson a su trabajo sobre el mercado de GNMA y T-bills³³ en Estados Unidos con cotizaciones de 1976, obteniendo ratios del 0.8 y 0.3, respectivamente, para coberturas con el futuro de vencimiento más próximo. Estos ratios son significativamente distintos de $h = 1$, el llamado ratio de cobertura *naïve, ingenuo o tradicional*, al cual deberían aproximarse según la intuición que se deriva del modelo teórico. El autor atribuye este sesgo al escaso tiempo de existencia de los mercados de futuros de estos subyacentes (fueron creados en octubre de 1975 y enero de 1976, respectivamente) y a la consiguiente ineficiencia de dichos mercados.

Figlewsky (1984) es quien menciona por primera vez la aplicación del RCMV a la cobertura de carteras con futuros sobre índices, identificando el ratio de cobertura como la pendiente de la regresión por MCO de la rentabilidad del índice R_I con respecto a la rentabilidad del futuro, R_F siendo α , el término independiente de la regresión y u el término del residuo.

$$R_I = \alpha + h R_F + u \quad (3.4)$$

A diferencia de los estudios de Johnson y Ederington, en lugar de tomar las diferencias de precios, utiliza las siguientes diferencias relativas:

$$R_I = \frac{I_{t+1} - I_t + D_{t,t+1}}{I_t} \quad (3.5)$$

$$R_F = \frac{F_{t+1} - F_t}{I_t} \quad (3.6)$$

³³ Government National Mortgage Assotiation (GNMA), son bonos de titulización hipotecaria. T-bills son las Letras del Tesoro de Estados Unidos

Donde I_t , F_t representan las cotizaciones del índice y el futuro y D_t los dividendos recibidos en el periodo, capitalizados hasta $t+1$ ³⁴.

Figlewsky simuló la cobertura ex-post de las series de rendimientos semanales del S&P 500 con y sin dividendos³⁵ mediante regresión por MCO con contratos de futuro del S&P 500 de próximo vencimiento, obteniendo ratios de cobertura de 0.85 y 0.86, respectivamente, y disminuciones de la desviaciones típicas con respecto a la cartera sin cubrir del 75.8 y 76.5%, concluyendo que los dividendos no afectan de manera significativa al ratio de cobertura. Figlewsky indica como posibles causas del “ruido” entre el precio del contado y el del futuro (ratios significativamente distintos de la unidad), las eventuales diferencias de oferta y demanda causadas por órdenes de gran volumen en alguno de los mercados o la falta de sincronía entre el cierre de ambos mercados, ya que el del mercado de futuros se producía quince minutos después que el del contado. El análisis se llevó a cabo sobre los datos semanales del periodo enero 1982 – septiembre 1983.

3.3 Las limitaciones del modelo MCO

Las principales limitaciones de la aplicación de MCO al cálculo del ratio de cobertura con futuros financieros son que su modelización no trata de manera adecuada la cointegración y la heterocedasticidad de las series de los precios del contado y del futuro.

Se dice que dos variables están cointegradas cuando sus valores tienden a converger hacia su equilibrio a largo plazo. Cuando de las variaciones en los precios del contado y del futuro resulte una base distinta de la teórica, habrá de producirse un movimiento que corrija ese

³⁴ El autor justifica el uso de I_t en el denominador de la segunda igualdad, en lugar de F_t , en el hecho de que la inversión requerida para la toma de posición en un contrato de futuro es nula y, por ello, utiliza en el denominador I_t como sustitutivo. A nuestro entender, esto puede introducir sesgos significativos, ya que F_t y I_t difieren frecuentemente por la diferencia de dividendos. Pensemos en un índice que cotiza a 1000 puntos y que los dividendos pendientes hasta el próximo vencimiento son 100 puntos, por tanto, el futuro cotizará a $(1000-100)=900$ puntos (para simplificar no tenemos en cuenta el efecto de la capitalización del contado). Si el índice baja 50 puntos, el futuro, en consecuencia, también, siendo el efecto en R_f de $50/1000=5\%$, en tanto que en R_f será de $50/900=5.6\%$.

³⁵ En este caso $D_{(t,t+1)}=0$ en la ecuación (3.5).

error con objeto de restablecer el equilibrio a largo plazo. En base al concepto anterior, se introduce el modelo ECM (Error Correction Model) en el cálculo del ratio de cobertura óptimo de carteras al contado con futuros sobre el índice bursátil correspondiente.

En cuanto a la heterocedasticidad, existe extensa evidencia en las series financieras de que la volatilidad no es constante y presenta agrupamientos³⁶ y, por tanto, no es adecuado considerar un ratio de cobertura único, sino que el dinamismo de las varianzas y covarianzas determinan un ratio de cobertura oscilante en el tiempo que va incorporando la nueva información del mercado. Para dar respuesta a esta limitación se introducen en el análisis del ratio de cobertura los modelos GARCH³⁷.

3.4 *El Modelo de Corrección de Error (ECM)*

El modelo ECM introduce un término de corrección que se relaciona con la velocidad a la que la variable dependiente (precio del contado) retorna al equilibrio a largo plazo ante un cambio en la variable independiente (precio del futuro). Partiendo de la teoría de la cointegración, introducida por Granger (1981) y desarrollada por Engle y Granger (1987), el trabajo de Gosh (1993) aporta una metodología nueva (ECM) para el cálculo del ratio de cobertura. La teoría de la cointegración concilia la relación de equilibrio a largo plazo con la dinámica del corto plazo entre dos series temporales, indicando que los movimientos en el corto plazo se ajustan para tender a la relación de equilibrio a largo plazo. Si las series de los logaritmos de los precios del contado y del futuro tienen integración de orden uno $I(1)$, es decir, la serie de niveles es no estacionaria³⁸, pero sus primeras diferencias sí lo son, y existe una combinación lineal de ambas que sea estacionaria (Montero, 2013), el ratio de cobertura puede estimarse introduciendo un término de corrección de error tal que:

³⁶ Periodos en los que la volatilidad es alta, alternado con periodos de volatilidad baja (*clusters* de volatilidad).

³⁷ Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity.

³⁸ Una serie es estacionaria cuando no tiene tendencia y su media es estable.

$$\Delta \ln S_t = \alpha + h \cdot \Delta \ln F_t + \lambda(tce_{t-1}) + e_t$$

$$\text{Siendo } tce_{t-1} = (\ln S_{t-1} - a - b \ln F_{t-1})$$

$$\ln \frac{S_t}{S_{t-1}} = \alpha + h \cdot \ln \frac{F_t}{F_{t-1}} + \lambda(\ln S_{t-1} - a - b \ln F_{t-1}) + e_t$$

$$S_t^* = \alpha + h F_t^* + \lambda(\ln S_{t-1} - a - b \ln F_{t-1}) + e_t \quad (3.7)$$

Donde S_t y F_t representan los precios del contado y del futuro del índice, S_t^* y F_t^* las aproximaciones logarítmicas de sus rentabilidades, h el ratio de cobertura, $tce_{t-1} = (\ln S_{t-1} - a - b \ln F_{t-1})$ los residuos con un desfase de un periodo de la relación entre los logaritmos neperianos del contado y del futuro obtenidos por MCO y λ la velocidad de ajuste hacia el equilibrio a largo plazo.

3.5 Los modelos GARCH

El modelo MCO asume que las varianzas de los precios de contado y futuro y la covarianza entre ambos son constantes en el tiempo, cuando el análisis de la realidad del mercado muestra que la volatilidad es mayor en etapas de incertidumbre y menor en las de estabilidad del sentimiento de mercado, generando lo que denominamos *agrupamientos de volatilidad*.

La parametrización de la varianza condicional propuesta por Engle (1982) para modelizar los momentos de orden dos, no observables, hace depender la varianza condicional de la información pasada de un modo autorregresivo. Siendo e_t los residuos de la ecuación de la media del modelo en cada observación t y Ω_{t-1} el conjunto de información en $t-1$, un modelo $ARCH(q)^{39}$ univariante puede formular la ecuación de la varianza condicional del siguiente modo:

³⁹ Autorregressive Conditional Heteroskedasticity

$$e_t | \Omega_{t-1} \approx N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q e_{t-q}^2 \quad (3.8)$$

Bollerslev (1986) generaliza el modelo ARCH añadiendo a la varianza la dependencia de las varianzas condicionales del pasado, proponiendo el siguiente modelo GARCH (p,q) univariante ⁴⁰:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q e_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_p \sigma_{t-p}^2 \quad (3.9)$$

Basándose en los trabajos de Myers (1991) para los futuros sobre el trigo y de Kroner y Sultan (1993) para el mercado de divisas, Park y Switzer (1995 a ,1995 b) introducen el modelo GARCH multivariante con corrección de error (en adelante EC-MGARCH) para el cálculo del ratio de cobertura con futuros de carteras índice de renta variable. En su modelo introducen el término de corrección de error (ECM) en la ecuación de la media y aplican la metodología GARCH en la ecuación de la varianza para permitir que las varianzas y covarianzas y, por tanto, el ratio de cobertura, sean variables en el tiempo. El modelo de Park y Switzer (EC-MGARCH (1,1) ccc), a diferencia de otros desarrollados con posterioridad, asume que el coeficiente de correlación entre ambas series es constante, de modo que la versión bivariante del modelo ECM definido por las ecuaciones de la media sería (Aragó y Fernández 2002):

$$\left. \begin{aligned} S_t^* &= A_0 + A_1 S_{t-1}^* + A_2 F_{t-1}^* + \lambda(\ln S_{t-1} - a - b \ln F_{t-1}) + e_{s,t} \\ F_t^* &= B_0 + B_1 F_{t-1}^* + B_2 S_{t-1}^* + \lambda(\ln F_{t-1} - a - b \ln S_{t-1}) + e_{f,t} \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Completándose con la siguiente modelización de la varianza condicional:

$$\begin{bmatrix} e_{s,t} \\ e_{f,t} \end{bmatrix} | \Omega_{t-1} \approx N(0, H_t) \quad (3.11)$$

⁴⁰ Una descripción detallada de los modelos ARCH y GARCH univariantes puede encontrarse en Engle (2001).

$$H_t = \begin{bmatrix} h_{ss,t} & h_{sf,t} \\ h_{sf,t} & h_{ff,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{h_{ss,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{ff,t}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{h_{ss,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{ff,t}} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\left. \begin{aligned} h_{s,t}^2 &= c_s + \alpha_s e_{s,t-1}^2 + \beta_s h_{s,t-1}^2 \\ h_{f,t}^2 &= c_f + \alpha_f e_{f,t-1}^2 + \beta_f h_{f,t-1}^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

Donde H_t es una función de la información del pasado Ω_{t-1} , las varianzas condicionales del contado y del futuro $h_{s,t}^2$ y $h_{f,t}^2$ dependen de los residuos retardados un periodo elevados al cuadrado y de sus varianzas del periodo anterior y la covarianza condicional de cada periodo es el resultado de multiplicar el coeficiente de correlación constante por las desviaciones típicas calculadas según (3.13), es decir, $h_{sf,t} = \rho \sqrt{h_{s,t}^2 h_{f,t}^2}$. Una vez estimados los parámetros por el método de máxima verosimilitud y calculada la matriz de varianzas-covarianzas se obtiene el siguiente ratio óptimo de cobertura, que varía en el tiempo:

$$h_t = \frac{h_{sf,t}}{h_{f,t}^2} \quad (3.14)$$

El modelo BEKK (Baba, Engle, Kraft y Kroner, 1991), desarrollado más tarde por Engle y Kroner (1995) prescinde de la limitación que supone considerar un coeficiente de correlación constante, sustituyendo las ecuaciones (3.12) y (3.13) del modelo de correlación constante por la expresión (3.15) permite el dinamismo del coeficiente de correlación (EC-MGARCH (1,1) dcc).

$$H_t = \begin{bmatrix} h_{ss,t} \\ h_{sf,t} \\ h_{ff,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{01} \\ c_{02} \\ c_{03} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{s,t-1}^2 \\ e_{s,t-1} e_{f,t-1} \\ e_{f,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{ss,t-1} \\ h_{sf,t-1} \\ h_{ff,t-2} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

En este caso cada elemento de H_t depende de los valores de e_t desfasados un periodo elevados al cuadrado y de sus productos cruzados, así como de los elementos de las varianzas y covarianzas desfasadas un periodo.

El modelo GJR-MGARCH (Glosten, Jagannathan, & Runkle, 1993), también llamado Asymmetric GARCH incorpora mediante variables *dummy* el impacto asimétrico de la volatilidad, permitiendo que el efecto de innovación negativa sobre la volatilidad condicional sea superior al de una positiva.

Otra variante es el RS-GARCH (Regime Switch Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), que ha sido aplicado por Alizhade y Nomikos (2004) a coberturas de carteras índice de renta variable utilizando futuros del FT 100 y S&P 500, por Salvador y Aragón (2014) para el FT 100, DAX30 y Eurostoxx 50 y por Huang (2014) que analiza las coberturas con futuros sobre el FT 100. Estos modelos tratan de capturar los diferentes *estados o situaciones cambiantes* que generan diferentes comportamientos en la media y en la matriz de varianzas de la serie. Por ejemplo, efectos estacionales, shocks derivados de pánicos financieros o mayor correlación de las acciones en las bajadas que en las subidas (Ang y Chen, 2002). Un exhaustivo análisis de los modelos GARCH multivariantes puede encontrarse en Bauwens et al (2006).

3.6 Medidas de eficacia de la cobertura

Podemos encontrar en la literatura financiera diversas propuestas para medir la eficacia de la cobertura en función de los ratios resultantes de los distintos modelos utilizados para su cálculo. En general, las medidas tratan de comparar los resultados de la cartera cubierta con futuros con los de la posición al contado no cubierta. Las medidas más simples de error, como el R^2 , el R^2 ajustado o el error estándar⁴¹ se complementan con el MAPE (Mean Absolute Percentage Error), que es la suma del valor absoluto porcentual de los errores

⁴¹ Para una descripción más detallada de estas medidas, ver por ejemplo Agresti y Finlay (2009), Brooks (2008) o Benoit (2012).

dividido entre el número de observaciones y el RMSE (Root Mean Squared Error)⁴² igual a la raíz cuadrada de la suma de los errores al cuadrado, divididos entre el número de observaciones, siendo el error, la diferencia entre el valor obtenido mediante la regresión y el valor real del índice.

La medida propuesta por Ederington (1979) en su trabajo sobre coberturas con futuros de GNMA's y Letras del Tesoro en el mercado de Estados Unidos ha sido la más utilizada en la literatura financiera. Ederington mide la eficacia de la cobertura según el porcentaje de reducción de la varianza de la posición cubierta con respecto a la posición del contado, es decir:

$$E = 1 - \frac{\sigma_h^2}{\sigma_u^2} \quad (3.16)$$

Una variante de esta medida es la sugerida por Butterworth y Holmes (2001)

$$BE = 1 - \frac{\sigma_h}{\sigma_u} \quad (3.17)$$

Otras propuestas para evaluar la eficacia de la cobertura con futuros tratan de medir el efecto integrado del binomio rentabilidad-riesgo, como el coeficiente de Gini-extendido (Cheung et al, 1990), o el enfoque media-varianza (Hsin et al. 1994) basado en la teoría de carteras de Markowitz (1952), que define la eficacia de la cobertura en función de la maximización del rendimiento dado un nivel de riesgo, o la minimización del riesgo para un determinado rendimiento de la cartera. Estos modelos introducen en su formulación un parámetro que mide la mayor o menor aversión al riesgo del inversor. A efectos de la medición de la eficacia de la cobertura que realizaremos en la parte empírica de este trabajo, la utilización de estas técnicas de medición no nos será de utilidad, ya que partiremos del supuesto de que el gestor que realiza la cobertura de la cartera es infinitamente averso al riesgo para la parte de la

⁴² Un detalle de la definición de las medidas de error MAPE y RMSE puede encontrarse en Swanson et al (2011).

cartera que cubre⁴³. Su mayor o menor apetito de riesgo puede ser definido en base a la decisión del porcentaje de cartera cubierta sobre el total de su la posición de activos de contado.

Otra de las medidas de la eficacia de la cobertura es la propuesta por Howard y D'Antonio (1987):

$$HE = \frac{(i + R_h) - R_s}{\sigma_s} \quad (3.18)$$

Siendo i el tipo de interés libre de riesgo R_h y R_s la rentabilidad de la posición cubierta y de la posición de contado sin cubrir, respectivamente y σ_s la desviación típica de la posición de contado. El numerador de la expresión indica que, si el mercado es eficiente y la cobertura es completa y eficaz al 100%, la rentabilidad de la cartera cubierta menos la de la posición al contado será igual al tipo de interés libre de riesgo.

El cálculo de la rentabilidad de la posición cubierta se apoya en el concepto de ratio de Sharpe (1994) de la cartera de mercado, siendo R_h igual a la pendiente de la *capital market line* (θ_h) de la cartera cubierta multiplicada por la desviación típica de la cartera de contado (Sharpe, 1964), esto es:

$$\theta_h = \frac{R_h}{\sigma_s} \Rightarrow R_h = \theta_h \cdot \sigma_s \quad (3.19)$$

Según Howard y D'Antonio la cobertura más eficaz es la que maximiza HE (3.18), que no deja ser un ratio que mide la relación rentabilidad/riesgo. Según nuestro enfoque, cuando un gestor diseña una estrategia de cobertura perfecta debe perseguir que el numerador de la expresión sea lo más próximo posible al tipo de interés libre de riesgo. En términos del ratio de Horward y D'Antonio tendríamos que $HE = i / \sigma_s$, lo que podría llevarnos a la conclusión

⁴³ Persigue riesgo nulo y una rentabilidad igual a la del tipo de interés libre de riesgo del mercado monetario.

errónea de considerar una cobertura más eficaz que otra por el simple hecho de que el tipo de interés libre de riesgo del mercado monetario sea superior.

Para desarrollar su propuesta de medición de la eficacia de la cobertura, Lindhal (1991) define la variable $(R_{h,t} - i)$ que representa la rentabilidad de la cartera cubierta menos el tipo efectivo del rendimiento del activo libre de riesgo. Según su propuesta, la cobertura más eficaz es aquella en la que su media y desviación típica son nulas.

$$M_l = \text{Media } (R_{h,t} - i)$$

$$\sigma_l = \sigma (R_{h,t} - i)$$
(3.20)

Una síntesis de los modelos teóricos sobre coberturas con futuros y de las métricas utilizadas para medir su eficacia puede encontrarse en Chen (2003), Sutcliffe (2006), Aragón (2009), Ramllal (2009) o Lien (2014).

3.7 Resultados de trabajos anteriores sobre el IBEX-35

La mayor parte de la literatura financiera relativa a la relación entre el precio del índice al contado del IBEX-35 y el de su futuro se centra en el estudio de la relación causal entre ambos precios con series de datos intra-día (minutos o cinco minutos). Entre otros, los trabajos de Climent y Pardo (1996) Solórzano (1996), Lafuente (1999), Pardo y Climent (2000), Balbás, Longarela y Pardo (2000) y Blanco (2003) estudian la causalidad entre el precio del contado y del futuro con datos intradía, sin abordar el cálculo del ratio de cobertura.

Nieto et al (1998) analizan la cointegración de las series del cierre diario de los logaritmos de los precio del contado y del futuro para el periodo 1994-96, concluyendo que, en el corto plazo, los movimientos en el precio del futuro se anticipan a los del contado, en línea de la hipótesis de que el precio del futuro incorpora la nueva información con mayor rapidez que el del contado.

Lafuente y Novales (2003) aplican un modelo EC-GARCH bivalente con datos horarios. Para el análisis 1994-96, *dentro de la muestra*, obtienen ratios de cobertura óptimos de 0.54; 0.63 y 0.88 para 1994, 1995 y 1996, respectivamente, significativamente lejanos de la unidad pero con creciente aproximación a la misma, lo que denota tanto las oportunidades de arbitraje intradía derivadas de la ineficiencia del mercado, como la progresiva evolución hacia el cumplimiento del modelo *cost of carry* a medida que el mercado madura. A partir de los datos disponibles hasta 1995 realizan una simulación de la cobertura *fuera de la muestra* para los 12 vencimientos del contrato de futuro de 1996, revisando el ratio de cobertura estimado semanalmente, obteniendo un ratio de cobertura medio de 0.92, en línea con el 0.88 obtenido para el cálculo *dentro de la muestra* de 1996. La efectividad de la cobertura medida como la reducción de la varianza de la cartera cubierta en relación a la varianza de la posición no cubierta de la cartera de contado fue de un 58%. Los resultados obtenidos por Lafuente y Novales apuntan a la existencia de oportunidades de arbitraje intradía entre la posición de contado y futuro del IBEX-35 para el periodo analizado. Es razonable suponer que estas oportunidades sigan existiendo actualmente durante la sesión del mercado, aunque de menor magnitud, ya que los mercados tienden a ser más eficientes en etapas de desarrollo más avanzadas.

Mc Millan y Quiroga (2010) analizan el ratio de cobertura con futuros para las rentabilidades intradía del IBEX-35 con frecuencia de cinco minutos para el periodo 2001-2003. Sus resultados sobre MCO, MCO móvil 60 días y GARCH bivalente⁴⁴ indican desviaciones típicas anualizadas de la cartera cubierta muy similares (35%, 34% y 36%, respectivamente).

Para la definición *del modelo no econométrico de cobertura* que formularemos más adelante y que es el objetivo principal de esta tesis, partiremos de la eficiencia del mercado a fin de día, cuya existencia hemos demostrado en el capítulo II para el mercado español. En consecuencia, no resultan de mayor interés para este trabajo los resultados de las investigaciones realizadas con series muestrales intra-día.

⁴⁴ No indican en su artículo si introducen o no el término de corrección de error y si utilizan coeficiente de correlación constante o variable.

El primer trabajo relacionado con el cálculo del ratio de cobertura para el mercado español con precios de cierre del día fue desarrollado por Torró (1995) para el periodo enero 1992-junio 1993, utilizando MCO y obteniendo valores del ratio de cobertura y del coeficiente de determinación en aumento y tendentes a la unidad a medida que el horizonte temporal de la cobertura se alarga (tabla 3.1).

Tabla 3. 1. Ratio de cobertura por MCO y R²

IBEX-35 (ene 1992-jun1993)

Duración de la cobertura	h	R²
Diaria	0.80	0.82
Semanal	0.89	0.94
Bisemanal	0.93	0.98
Mensual	0.95	0.98

Fuente Torró (1995)

Aragó (2000) y Aragón y Fernández (2002)⁴⁵ llevan a cabo un análisis de la cobertura con futuros del IBEX-35 sobre las series de las rentabilidades de los precios diarios de cierre del contado y del futuro, medidas según su aproximación logarítmica, para el periodo 1993-1997. Realizan un análisis comparativo *dentro de la muestra* de los resultados de diferentes modelos econométricos. Para los modelos MCO y ECM los ratios cobertura resultan ser prácticamente iguales (0.80 y 0.81). En los modelos GARCH, el modelo GJR-MGARCH presenta un rango de su ratio de cobertura (0.73 ; 0.98), mientras que el modelo ECMGARCH dcc (BEKK), tiene un rango ligeramente más amplio (0.68 ; 0.98). El valor medio del ratio de cobertura de ambos es 0.81, igual a los ratios de cobertura constantes de los modelos estáticos MCO y ECM. En cuanto a la eficacia de la cobertura, según la medida propuesta por Ederington (ecuación 3.16), se obtienen asimismo iguales resultados para los cuatro modelos, que superan al de la cobertura ingenua. (tabla 3.2).

⁴⁵ En este artículo se repiten algunas de las conclusiones de la tesis doctoral de Aragón (2000)

Tabla 3. 2. Ratio y eficacia de la cobertura. IBEX-35 (1994-97). Datos diarios

	Sin Cobertura	Ingenua	MCO	ECM	EC-MGARCH dcc (BEKK)	GJR- MGARCH
Ratio de cobertura						
<i>medio</i>		1	0.8	0.81	0.81	0.81
<i>máx</i>					0.98	0.98
<i>mín</i>					0.68	0.73
Eficacia de la cobertura						
Varianza	18.21	3.88	2.99	2.99	3	2.98
Reducción varianza sobre cartera no cubierta		78.70%	83.60%	83.60%	83.50%	83.60%

Fuente: Aragón (2000). Aragón y Fernández (2002)

El trabajo de Aragón y Fernández sobre el ratio de cobertura no está precedido de un análisis de la eficiencia del mercado -cumplimiento del modelo *cost of carry* -, pero parece razonable suponer que los resultados obtenidos, significativamente distintos de la unidad, fueran consecuencia de la ineficiencia del mercado contado-futuro en la primera etapa de desarrollo del contrato de futuro sobre el IBEX-35.

Aragón (2000), adicionalmente al realizado por Aragón y Fernández sobre los datos diarios, lleva a cabo un análisis del ratio de cobertura con un horizonte temporal semanal. En este caso, el autor indica que no existen de indicios de que las series de rendimientos de contado y futuro semanal presenten un esquema GARCH, por lo que realizó el análisis comparativo únicamente para la cartera no cubierta, la cobertura ingenua y el modelo de corrección de error (ECM), con los resultados que se muestran en la tabla (3.3):

Tabla 3. 3 Ratio y eficacia de la cobertura. IBEX-35 (1994-97). Datos semanales

	Sin Cobertura	Ingenua	ECM
Ratio de cobertura		1	0.941
Eficacia de la cobertura			
Varianza	36.34	2.71	2.28
Reducción varianza sobre cartera no cubierta		92.50%	93.70%

Fuente Aragó (2000)

Comparando los modelos ECM e ingenuo en sus versiones diaria y semanal podemos observar que los resultados de las coberturas semanales presentan mejores resultados, en línea con las conclusiones apuntadas por Torró.

Más recientemente, Aragó y Salvador (2011) analizan el ratio de cobertura y su eficacia para las series del contado y del futuro del periodo (2000-2009). En su análisis detectan cambios súbitos en el comportamiento de las series, claramente notorios en el periodo de crisis 2007-2009 y añaden un nuevo modelo ICSS⁴⁶-GARCH para captar estos cambios. Los resultados se muestran en la tabla (3.4)

Tabla 3. 4. Eficacia de la cobertura. IBEX-35 (2000-2009). Datos diarios.

	MCO	EC-MGARCH ccc (BEKK)	GJR- MGARCH	ICSS_EC- MGARCH dcc (BEKK)	ICSS-GJR- MGARCH
Eficacia de la cobertura					
Reducción varianza sobre cartera no cubierta	97.376%	97.377%	97.379%	97.388%	97.377%

Fuente Aragó y Salvador 2011

⁴⁶ Iterated Cumulative Sum of Squares, introducido por Inclán y Tao (1994) y desarrollado más tarde por Sansó et al (2004).

Como podemos observar en la tabla (3.4) la eficacia de la cobertura es prácticamente igual para todos los modelos⁴⁷. Si comparamos los resultados con los de la tabla (3.2), comprobamos que la eficacia ha aumentado en torno a 14 puntos porcentuales con respecto a la etapa inicial de desarrollo del mercado de futuros sobre el IBEX-35, aproximando sus valores al 100%, como cabe esperar en una etapa más madura del mercado.

Como resumen del análisis de la literatura financiera relacionada con la cobertura de carteras para el caso español, podemos concluir que, aunque los modelos que se han ido proponiendo han ido mejorando las especificaciones econométricas, no se puede concluir que éstos sean más eficaces. Según Aragó (2009): “*Puede darse el caso, como así se manifiesta en alguno de los trabajos recogidos, que los modelos GARCH permitan una mejor modelización de las series temporales de contado y futuro consideradas, pero también puede ocurrir que las mejoras obtenidas en la cobertura sean simplemente marginales*”.

3.8 Resultados de trabajos anteriores sobre otros índices bursátiles

Con posterioridad al trabajo de Figlewsky (1984), ya mencionado en la descripción del marco teórico del modelo MCO, Lindahl (1992) calcula el RCMV mediante la regresión por MCO de las diferencias del precio del contado y del futuro del S&P 500 entre 1983 y 1989. El propósito de su análisis era comparar los resultados obtenidos para el ratio de cobertura en función de la duración de la misma. En la tabla (3.5) se resumen los resultados:

Tabla 3. 5. Ratio de cobertura según su duración. S&P 500 1983-89

Duración de la cobertura (Semanas)	h	Error Estándar	R ²
1	0.929	0.007	0.978
2	0.965	0.010	0.984
4	0.970	0.007	0.995

Fuente Lindahl (1992)

⁴⁷ Los autores no indican valores para las varianzas, medias ni rangos máximo y mínimo para los ratios de cobertura, aunque sí incluyen en el trabajo su representación gráfica.

Lindahl obtiene unos ratios de cobertura cercanos a la unidad y que son más próximos a la misma cuanto mayor es el plazo considerado. La eficacia de la cobertura según el R^2 mejora asimismo con su duración, mientras que según el error estándar no se obtienen conclusiones al respecto.

Gosh (1993) analiza mediante MCO y ECM la cobertura de los índices Dow Jones Industrial (DJI), S&P 500 y NYSE composite index, con el futuro sobre el S&P 500 utilizando las aproximaciones logarítmicas de las rentabilidades de los precios diarios de cierre del periodo 1991-92, (tabla 3.6)

Tabla 3. 6. Modelos ECM y MCO, para el DJI, S&P 500 y NYSE datos diarios 1991-92

	DJI		S&P 500		NYSE	
	ECM	MCO	ECM	MCO	ECM	MCO
Ratio de cobertura	0.8825	0.8866	0.8979	0.8825	0.8612	0.8398
Eficacia de la cobertura						
RMSE	0.0036	0.0036	0.0020	0.0024	0.0035	0.0041

Fuente Gosh (1993)

Nótese que para el DJI y el NYSE se utiliza en este análisis un futuro sobre un índice diferente al del subyacente, existiendo un evidente riesgo de base motivado por la diferente composición de las acciones del índice *regresando*, en relación a la composición implícita de acciones de su *regresor*, el futuro S&P 500. Como observamos en la tabla (3.6), esta circunstancia se manifiesta en el menor RMSE que presenta la cobertura del S&P 500 en relación al DJI y al NYSE. Los resultados de la tabla (3.6) indican mayores ratios de cobertura y mayor eficacia (menor RMSE) en el modelo ECM con respecto al MCO.

Park y Switzer (1995 b) introducen el cálculo del ratio de cobertura variable a través de un modelo GARCH bivalente con corrección de error y coeficiente de correlación constante (EC-MGARCH ccc) para el S&P 500 y el Toronto 35, con aproximaciones logarítmicas de las rentabilidades de los precios semanales de cierre para el periodo junio1998-diciembre

1991. Los resultados comparados con otros modelos utilizados anteriormente en la literatura financiera de muestran en la tabla (3.7).

Tabla 3. 7. Comparación modelos de cobertura S&P 500 y Toronto 35.

Datos semanales (jun 1998-dic1999)

<i>S&P 500</i>	Ingenua	MCO	ECM	EC-MGARCH ccc
Eficacia de la cobertura				
Reducción varianza sobre cartera no cubierta	97.836%	97.715%	97.788%	97.917%

<i>Toronto 35</i>	Ingenua	MCO	ECM	EC-MGARCH ccc
Eficacia de la cobertura				
Reducción varianza sobre cartera no cubierta	73.310%	75.149%	75.179%	77.471%

Fuente Park y Switzer (1995)

Podemos observar en la tabla (3.7) que el modelo EC-GARCH ccc es ligeramente superior al resto de los modelos en términos de reducción de la varianza. Llama la atención la relativamente baja eficacia de la cobertura para el mercado canadiense, lo que probablemente es indicativo de un mercado ineficiente en el periodo analizado.

Holmes (1996) mide la reducción de las desviaciones típicas de las rentabilidades de las carteras cubiertas⁴⁸ con respecto a la cartera de contado según los modelos MCO, ECM y GARCH univariante, para el periodo jul 1984- jun1992 y obtiene los siguientes resultados para horizontes temporales de la cobertura de 1,2 y 4 semanas (tabla 3.8).:

⁴⁸ Rentabilidades medidas por aproximación logarítmica: $L(P_t/P_{t-1})$

Tabla 3. 8. Comparación de coberturas distintos modelos. FTS-100 (jul-1984; jun-1992)

	Sin cobertura			MCO			ECM			GARCH		
Num semanas	1	2	4	1	2	4	1	2	4	1	2	4
Eficacia de la cobertura												
Desviación típica	16.50	17.88	21.40	3.51	2.80	2.16	3.51	2.80	2.17	3.51	2.80	2.17
Reducción desviación típica sobre cartera no cubierta %				78.74	84.37	89.89	78.73	84.37	89.88	78.72	84.37	89.88

Fuente Holmes (1996)

De los resultados de la tabla (3.8) puede constatarse de nuevo que la eficacia de la cobertura de los distintos modelos es muy similar y que aumenta cuanto mayor es el horizonte temporal de la cobertura.

Alizadhe y Nomikos (2004) introducen la metodología de *regime-switch* para incluir en la modelización del comportamiento de las series del contado y del futuro la dependencia de los *cambios de estado del mercado*, para series semanales del FT-100 y del S&P 500 (mayo 1994-marzo 2001). En la tabla (3.9) se presentan los resultados *dentro de la muestra* para una duración de la cobertura semanal:

Tabla 3. 9. Eficacia de los modelos Regime Switch y otros modelos.

S&P 500 y FT 100 (mayo 1994-marzo 2001). Datos semanales.

<i>S&P 500</i>	Sin cobertura	Ingenua	MCO	ECM	EC- MGARCH dcc (BEKK)	RS-1	RS-2	RS-3 (MGAR CH)
Eficacia de la cobertura								
Varianza (1)	4.3651	0.1130	0.1064	0.1064	0.1077	0.1013	0.1014	0.1017
Reducción varianza sobre cartera no cubierta		97.41%	97.56%	97.56%	97.53%	97.68%	97.68%	97.67%
<i>FT 100</i>	Sin cobertura	Ingenua	MCO	ECM	EC- MGARCH dcc (BEKK)	RS-1	RS-2	RS-3 (MGAR CH)
Eficacia de la cobertura								
Varianza (1)	4.346	0.125	0.121	0.119	0.117	0.116	0.116	0.115
Reducción varianza sobre cartera no cubierta		97.13%	97.22%	97.27%	97.30%	97.33%	97.34%	97.36%

(1) Varianzas semanales

RS: Regime Switch (cambios de estado o situación)

RS-1: probabilidades de transición y las varianzas son constantes

RS-2: las probabilidades de transición están condicionadas a la variación de los retardos y las varianzas son constantes

RS-3: las probabilidades de transición y las varianzas están condicionadas a la información del pasado

Fuente Alizadhe y Nomikos (2004)

Como vemos, los modelos que incorporan los *cambios de estado del mercado* en sus distintas modalidades (probabilidades de transición y varianzas constantes o variables) son ligeramente superiores en eficacia de la cobertura al resto de los modelos.

Con una métrica diferente, Kenourgios et al (2008) comparan la eficacia de la cobertura de las regresiones por MCO, ECM, GARCH y EGARCH para el S&P 500 con datos semanales del periodo junio1992-junio2002, concluyendo que el modelo ECM, que corrige los problemas de cointegración, presenta mejores resultados que el resto (tabla 3.10), ya que presenta mayor R^2 ajustado y menores RMSE y MAPE.

Tabla 3. 10. Comparación de resultados de los distintos modelos.

S&P 500, datos semanales jul 1992-jun2002

	MCO	ECM	GARCH	EGARCH⁴⁹
Ratio de cobertura	0.947281	0.95582	0.944651	0.957953
Eficacia de la cobertura				
R ² ajustado	0.97516	0.981341	0.97412	0.971802
RMSE (1)	0.004762	0.004183	0.004771	0.004756
MAPE (1)	26.08845	19.1626	26.22565	26.03724

Fuente: Kenourgious et all (2008)

(1)⁵⁰ Ver Swanson et all (2011)

Para el mercado de la India (S&P CNX Nifty futures contract) y rendimientos semanales (aproximación logarítmica) del periodo 2001-2008, Mandal (2011), calcula la eficacia de la cobertura según la reducción de la desviación típica (ecuación 3.17) y obtiene disminuciones porcentuales del 69.95; 68.80 y 68.56 por ciento, respectivamente, para los modelos de MCO, ECM y EC-MGARCH ccc, resultando en este caso el MCO el más eficaz.

En el trabajo de Huang (2014) sobre el FT 100, S&P 500 y Nikkei 225 con rentabilidades semanales (aproximación logarítmica) para el periodo 1989-2006, se aplica el modelo ICSS, ya introducido previamente por Salvador y Aragón (2011) para el cálculo del ratio de

⁴⁹ EGARCH: una variante del modelo GARCH en el que se modelizan la varianza y el retardo de su varianza en sus versiones logarítmicas.

⁵⁰ Siendo el error la diferencia entre el valor obtenido mediante la regresión y el valor real del índice, MAPE: Mean Absolute percentage error es la suma del valor absoluto porcentual de los errores dividido entre el número de observaciones y RMSE: Root Mean Squared Error es la raíz cuadrada de la suma de los errores al cuadrado, divididos entre el número de observaciones.

cobertura de carteras índice de renta variable con sus futuros⁵¹. Los resultados se muestran en la tabla (3.11).

Tabla 3. 11. Eficacia de la cobertura S&P 500 FTSE 100 y Nikkei 225. Datos semanales

<i>S&P 500</i>	Sin cobertura	MCO	ECM	EC- MGARCH ccc	ICSS_EC- MGARCH ccc
<i>Eficacia de la cobertura</i>					
Varianza	4.2849	0.1141	0.1141	0.1172	0.1171
Reducción varianza sobre cartera no cubierta		97.34%	97.34%	97.26%	97.27%
<i>FTSE 100</i>	Sin cobertura	MCO	ECM	EC- MGARCH ccc	ICSS_EC- MGARCH ccc
<i>Eficacia de la cobertura</i>					
Varianza	4.7961	0.1565	0.12565	0.148	0.146
Reducción varianza sobre cartera no cubierta		96.35%	97.07%	96.55%	96.96%
<i>Nikkei 225</i>	Sin cobertura	MCO	ECM	EC- MGARCH ccc	ICSS_EC- MGARCH ccc
<i>Eficacia de la cobertura</i>					
Varianza	8.5849	0.2956	0.2957	0.302	0.2976
Reducción varianza sobre cartera no cubierta		93.10%	93.10%	92.95%	96.53%

Fuente: Huang (2014)

⁵¹ Aunque en este caso Huang utiliza un modelo MGARCH con coeficiente de correlación constante, en lugar del modelo de correlación dinámico que aplicaron Salvador y Aragón, como se ve a continuación.

Salvador y Aragón (2014) analizan la eficacia de la cobertura para los datos semanales de cierre (rentabilidad aproximada por logaritmos) del FT 100, DAX 35 y Eurostoxx 50. (julio1998 hasta septiembre 2010) introduciendo modelos RS-GARCH y comparando sus resultados con el de otros modelos utilizados anteriormente en otros trabajos. Los resultados para el análisis *dentro de la muestra* se presentan en la tabla (3.12).

Tabla 3.12. Eficacia de la cobertura para el FT 100, DAX 35 y Eurostoxx 50.

Datos semanales: jul 2008 -dic 2010

FT 100	MCO	EC-MGARCH dcc (BEKK)	GJR-MGARCH	RS-EC-MGARCH dcc	RS-GJR-MGARCH dcc
Ratio de cobertura					
<i>medio</i>	n.d.	0.965	0.9678	1.0019	1.0043
<i>máx</i>		1.2779	1.2125	1.0902	1.1166
<i>mín</i>		0.8023	0.8212	0.7404	0.7846
Eficacia de la cobertura					
Reducción varianza sobre cartera no cubierta	91.48%	89.767%	91.735%	89.928%	92.216%
DAX 35	MCO	EC-MGARCH dcc (BEKK)	GJR-MGARCH	RS-EC-MGARCH dcc	RS-GJR-MGARCH dcc
Ratio de cobertura					
<i>medio</i>	n.d.	0.9728	0.9700	1.0107	1.0064
<i>máx</i>		1.0822	1.0926	1.0447	1.0875
<i>mín</i>		0.8749	0.8752	0.9034	0.8789
Eficacia de la cobertura					
Reducción varianza sobre cartera no cubierta	96.668%	96.243%	96.437%	93.543%	96.701%
Eurostoxx50	MCO	EC-MGARCH dcc (BEKK)	GJR-MGARCH	RS-EC-MGARCH dcc	RS-GJR-MGARCH dcc
Ratio de cobertura					
<i>medio</i>	n.d.	0.9473	0.9415	1.0157	1.0218
<i>máx</i>		1.057	1.0676	1.066	1.1717
<i>mín</i>		0.7603	0.746	0.9357	0.7973
Eficacia de la cobertura					
Reducción varianza sobre cartera no cubierta	94.591%	94.146%	93.461%	94.245%	94.731%

Fuente: Salvador y Aragón (2014)

Según los resultados de la tabla (3.12), el modelo RS-GJR-MGARCH dcc, que es el más avanzado desde el punto de vista metodológico, supera al resto, aunque de nuevo las diferencias no son muy significativas. El modelo que le sigue en eficacia de la cobertura es el MCO, que es el de mayores inconsistencias en sus propiedades econométricas.

A nuestro juicio, la conclusión más relevante de este trabajo, que no ha sido mencionada por los autores, es que el resultado de la eficacia de la cobertura para el DAX 35 (índice de rendimientos) supera con claridad a los obtenidos para el FT 100 y el Eurostoxx 50 (índices de precios). Ya hemos adelantado en el capítulo de introducción que una de las limitaciones de los modelos econométricos es que la serie que se utiliza como regresando, la del precio del futuro de próximo vencimiento⁵², se construye mediante “mini-series encadenadas” de cada una de las referencias de vencimiento del futuro a lo largo del tiempo, generando dos tipos de *saltos*: los derivados del plazo hasta el vencimiento (afectan tanto a los índices de rendimientos como a los índices de precios) y los motivados por el cambio en los dividendos pendientes de cobro (solo afectan a los índices de precios). Más adelante trataremos este aspecto con detalle y mediremos sus efectos en la eficacia de la cobertura en la parte empírica de nuestro trabajo (IBEX-35:2007-2010).

⁵² Y por tanto la de sus diferencias y rentabilidades.

Conclusiones del Capítulo III

Los modelos de corrección de error (ECM) y de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada (GARCH) han mejorado las deficiencias en las especificaciones del modelo de mínimos cuadrados ordinarios (MCO), que no trata de manera adecuada el efecto de cointegración entre las series de precios del contado y del futuro, ni el dinamismo de la volatilidad en el tiempo. Nuestra conclusión principal sobre el análisis de la literatura financiera relacionada con el cálculo del ratio óptimo de cobertura está en línea con la de Sutcliffe (2006 p 283-298), que llevó a cabo una revisión de la literatura sobre el ratio de cobertura que minimiza el riesgo para carteras índice y no índice. En sus conclusiones sobre el análisis de 73 trabajos que utilizan metodología econométrica indica: “... *no parece que haya diferencias sustanciales en la eficacia de la cobertura cuando el método de estimación del ratio de mínimo riesgo se cambia de MCO a GARCH o a ECM*” ⁵³.

La eficacia de la cobertura obtenida con los distintos modelos ha mejorado a medida que los mercados de futuros han ido madurando.

Los trabajos que realizan una comparación de la eficacia de la cobertura en función del horizonte temporal con diferentes modelos econométricos, concluyen que los resultados son mejores cuanto mayor es el plazo previsto de la cobertura.

⁵³Texto original “...there do not appear to be substantial differences in hedging effectiveness as the estimation method of the risk-minimizing ratio is changed from OLS to GARCH to ECM...”

CAPÍTULO IV

UN MODELO ALGEBRAICO DE COBERTURA (MAC) PARA CARTERAS ÍNDICE DE RENTA VARIABLE

En este capítulo desarrollaremos un nuevo modelo teórico para el cálculo del ratio de cobertura que no está basado en técnicas econométricas y **que supone la principal aportación de esta tesis**: el Modelo Algebraico de Cobertura (en adelante MAC). Especificaremos dos versiones del modelo: una para índices de precios y otra para índices de rendimientos.

Una vez definido su marco teórico, lo aplicaremos al mercado español para la muestra de precios de cierre de día del periodo 2007-2010 y compararemos sus resultados con los que se obtienen aplicando los modelos MCO, ECM, EC-MGARCH ccc y EC-MGARCH dcc para el mismo periodo.

4.1 *Supuestos de partida*

Nuestro análisis parte de las siguientes proposiciones:

Proposición 1: Se cumple el modelo *cost of carry*, es decir la condición de no arbitraje entre contado y futuro. Hemos demostrado en el capítulo II que en el caso del mercado español podemos considerar que este modelo se cumple.

Proposición 2: Los dividendos a cobrar hasta el próximo vencimiento del futuro son conocidos. En la práctica, las sociedades cotizadas anuncian sus pagos de dividendos con una antelación mayor a un mes, que es el periodo máximo que media entre los vencimientos del futuro del IBEX 35.

Proposición 3: Cuando el inversor realiza la cobertura sobre una parte de su posición, el objetivo de la cartera formada por el contado y la venta de futuros de la parte cubierta será una rentabilidad igual al tipo de interés libre de riesgo y un riesgo nulo.

Como ya hemos indicado en el apartado de *Medición de la Eficacia de la Cobertura* del capítulo anterior, existen en la literatura financiera otros enfoques orientados a la maximización de la utilidad del binomio rentabilidad-riesgo. Desde la óptica de nuestra proposición, si el inversor quiere mantener una posición direccional sobre su cartera, dejará parte de la misma sin cubrir, pero la parte cubierta tendrá como objetivo un riesgo nulo y un rendimiento igual al tipo de interés libre de riesgo.

Proposición 4: El gestor de inversiones revisa constantemente su decisión de mantener o no su cobertura, por tanto, no tiene sentido que se consideren coberturas con un horizonte temporal superior a un día⁵⁴.

⁵⁴ Tal y como sucede en la práctica en la gestión profesional de carteras.

4.2 El Modelo Algebraico de Cobertura (MAC) para índices de precios

Se trata de cubrir una cartera con futuros sobre el IBEX 35, subyacente que sabemos que no incorpora el rendimiento de los dividendos. Este sería el caso real en la práctica en el mercado español, ya que únicamente existen futuros sobre el índice de precios.

Sean:

p	Primer día de cotización del futuro de próximo vencimiento
T	Tiempo en años desde p hasta el vencimiento del próximo futuro
t	Tiempo en años desde p hasta el día que se realiza la cobertura, $0 < t < T$
d	Tiempo en años desde p hasta el día que se prevé deshacer la cobertura, $0 < d < T$, $d > t$
I_t	Cotización en puntos del índice el día que se realiza la cobertura
F_t	Precio teórico del futuro el día que se realiza la cobertura
$r_{(i,j)}$	Tipo de interés anualizado spot de i a j dividido entre 360
$r_{f(i,T)}$	Tipo de interés forward de i a T dividido entre 360
$R_{(i,j)}$	Factor de capitalización spot desde i hasta j , pudiendo tomar i y j valores desde t hasta T , siendo $R_{(i,j)} = 1 + r_{(i,j)}(j - i)$
$R_{f(i,j)}$	Factor de capitalización forward desde i hasta T , pudiendo tomar i valores desde t más un día hasta T , siendo $R_{f(i,T)} = 1 + r_{(i,T)}(T - i) I_d$
I_d	Cotización del índice en d
E_t	Valor monetario de la cartera que se quiere cubrir en t
M	Multiplicador
N	Número de contratos de futuro a vender para realizar la cobertura
$D_{(t,d)}$	Suma de los dividendos pendientes de recibir desde t hasta d capitalizados hasta d
$D_{(t,T)}$	Suma de los dividendos pendientes de recibir desde t hasta T capitalizados hasta T

$D_{(d,T)}$ Suma de los dividendos pendientes de recibir desde d hasta T capitalizados hasta T
 C_t Valor de la cartera en t formada por una posición inicial en el índice I_t ,
 C_d Valor de la cartera en d formada por una posición inicial en el índice I_t ,
 Siendo $C_d = I_d + D_{(t,d)}$

Cuando la posición al contado está constituida por un importe igual a la cotización del índice de precios y se cumple el modelo *cost of carry*, tenemos que el rendimiento de una cartera cubierta ha de ser igual al rendimiento de la posición de contado al tipo de interés libre de riesgo del mercado monetario:

$$\Delta C_{(t,d)} - h \cdot \Delta F_{(t,d)} = r_{(t,d)}(d - t) \cdot I_t$$

$$h = \frac{\Delta C_{(t,d)} - r_{(t,d)}(d - t) \cdot I_t}{\Delta F_{(t,d)}} \quad (4.1)$$

$$\Delta C_{(t,d)} = I_d + D_{(t,d)} - I_t \quad (4.2)$$

$$F_t = I_t \cdot R_{(t,T)} - D_{(t,T)} \quad (4.3)$$

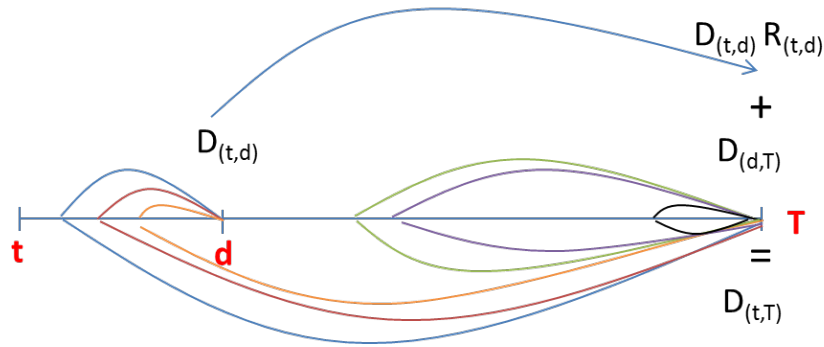
$$F_d = I_d \cdot R_{(d,T)} - D_{(d,T)} \quad (4.4)$$

$$\Delta F_{(t,d)} = I_d \cdot R_{(d,T)} - D_{(d,T)} - I_t \cdot R_{(t,T)} + D_{(t,T)} \quad (4.5)$$

En base al gráfico (4.1), partiendo del momento t en el que se hace la cobertura, podemos establecer que el total de los dividendos pendientes hasta el vencimiento del futuro en T , puede descomponerse en la suma de los dividendos que se pagan hasta que se deshace la cobertura y los que se pagan desde esta fecha hasta el vencimiento del futuro.⁵⁵

⁵⁵ Convenientemente capitalizados, según se indica en el gráfico 4.1

Gráfico 4. 1. Los dividendos hasta el vencimiento del futuro. Equivalencias



Fuente: elaboración propia

Por tanto, podemos establecer, según el gráfico (4.1) que:

$$D_{(t,d)} \cdot R_{(d,T)} + D_{(d,T)} = D_{(t,T)} \quad (4.6)$$

Sustituyendo (4.6) en (4.5) tenemos que:

$$\begin{aligned} \Delta F_{(t,d)} &= I_d \cdot R_{(d,T)} - I_t \cdot R_{(t,T)} + (D_{(t,T)} - D_{(d,T)}) \\ \Delta F_{(t,d)} &= I_d \cdot R_{(d,T)} - I_t \cdot R_{(t,T)} + (D_{(t,d)} \cdot R_{(d,T)} + D_{(d,T)} - D_{(d,T)}) \\ \Delta F_{(t,d)} &= I_d \cdot R_{(d,T)} - I_t \cdot R_{(t,T)} + D_{(t,d)} \cdot R_{(d,T)} \end{aligned} \quad (4.7)$$

$R_{(d,T)}$ representa cada uno de los factores de capitalización que se aplican a los dividendos futuros desde el momento en que se deshace la cobertura hasta el vencimiento del futuro. Al ser desconocidos, para evitar el riesgo de tipo de interés tendríamos que vender un FRA (Forward Rate Agreement) sobre el importe I_d ⁵⁶ para que la expresión (4.4) se convierta en:

$$F_d = I_d \cdot R_{(d,T)} + (R_{f(d,T)} - R_{(d,T)}) \cdot I_d$$

⁵⁶ Al ser I_d desconocido, en la práctica, por aproximación se venderá el forward por un importe I_t , como veremos más tarde en la aplicación empírica del modelo.

$$F_d = I_d \cdot R_{f(d,T)} \quad (4.8)$$

Sustituyendo en la ecuación (4.7) $R_{(d,T)}$ por $R_{f(d,T)}$ tenemos:

$$\Delta F_{(t,d)} = I_d \cdot R_{f(d,T)} - I_t \cdot R_{(t,T)} + D_{(t,d)} \cdot R_{f(d,T)} \quad (4.9)$$

Sustituyendo (4.2) y (4.9) en (4.1) y recordando que $R_{(t,d)} \cdot R_{f(d,T)} = R_{(t,T)}$ tenemos que:

$$h = \frac{\Delta C_{(t,d)} - r_{(t,d)}(d-t) \cdot I_t}{\Delta F_{(t,d)}} = \frac{I_d + D_{(t,d)} - I_t - r_{(t,d)}(d-t) \cdot I_t}{I_d \cdot R_{f(d,T)} - I_t \cdot R_{(t,T)} + D_{(t,d)} \cdot R_{f(d,T)}}$$

$$h = \frac{I_d - I_t + D_{(t,d)} - r_{(t,d)}(d-t) \cdot I_t}{\left(\frac{I_d \cdot R_{(t,T)}}{R_{(t,d)}} - I_t \cdot R_{(t,T)} + \frac{D_{(t,d)} \cdot R_{(t,T)}}{R_{(t,d)}} \right)}$$

$$h = \frac{I_d - I_t + D_{(t,d)} - r_{(t,d)}(d-t) \cdot I_t}{R_{(t,T)} \left(\frac{I_d}{R_{(t,d)}} - I_t + \frac{D_{(t,d)}}{R_{(t,d)}} \right)} \quad (4.10)$$

Llegados a este punto nos encontramos con el problema de que para determinar el ratio de cobertura óptimo necesitaríamos conocer el valor del índice en el momento en que deshagamos la cobertura. Para estimar su valor, una solución podría ser, por ejemplo, realizar una simulación de Montecarlo considerando que el comportamiento del índice sigue un movimiento geométrico browniano (Hull 2009, pp. 265-270), lo que nos llevaría a realizar predicciones sobre la volatilidad y sobre el modelo de distribución de los precios.

Pero si asumimos que el análisis de la cobertura se realiza de manera continua (proposición 4) y consideramos, por tanto, un horizonte temporal *infinitesimal*, para el que

$r_{(t,d)}(d-t) \cdot I_t \approx 0$ y $R_{(t,d)} \approx I$, la expresión (4.10) del ratio óptimo de cobertura para índices de precios se convierte en:

$$h = \frac{I}{R_{(t,T)}} \quad (4.11)$$

Este será el ratio de cobertura que aplicaremos a coberturas de duración diaria en el análisis empírico que realizaremos más tarde. Habremos de valorar entonces si, al aplicar a coberturas diarias una fórmula que se deriva de considerar un horizonte temporal *infinitesimal*, se obtienen o no porcentajes de eficacia de la cobertura elevados y si éstos son superiores a los resultantes de los modelos econométricos.

Si en lugar de querer cubrir un importe igual a $C_t = I_t$, queremos realizar la cobertura sobre un efectivo de E_t y el valor del contrato del futuro se obtiene mediante el producto de la cotización del futuro por su multiplicador M, tenemos que el número de contratos de futuros que hay que vender es:

$$N = h \frac{E_t}{I_t} \frac{1}{M} \quad (4.12)$$

Sustituyendo en (4.12) la expresión de h (4.11), obtenemos:

$$N = \frac{I}{R_{(t,T)}} \frac{E_t}{I_t} \frac{1}{M} \quad (4.13)$$

La EFPA⁵⁷, en sus exámenes de certificación y Lárraga et al (2008) indican que la fórmula a utilizar para calcular el número de contratos necesarios es:

⁵⁷ European Financial Planning Association

$$N^* = \frac{E_t}{I_t M} \quad (4.14)$$

Esta expresión del cálculo del número de contratos de futuro para optimizar la cobertura supone asumir que $h=1$ ⁵⁸, lo cual solo se cumple en el momento del vencimiento del futuro o en el caso de que el tipo de interés libre de riesgo sea nulo.

Aunque el objeto de esta tesis se circunscribe al análisis de carteras índice, es fácil observar que en el caso de una cartera de importe $P_t = I_t$ pero con una composición distinta de la del índice de referencia, con una variación de β veces el índice (ver Sharpe, 1963,1964), tendríamos, en lugar de la expresión (4.13):

$$N = \frac{I}{R_{(t,T)}} \frac{E_t}{I_t M} \beta \quad (4.15)$$

⁵⁸ Cobertura ingenua o naïve

4.3 *El Modelo Algebraico de Cobertura (MAC) para índices de rendimientos*

La mayor parte de los índices bursátiles de referencia son índices de precios y en su cotización no incorporan los dividendos. Existen algunas excepciones, como el *DAX* alemán o el *Bovespa* brasileño (Sutcliffe 2006, p 129), que ajustan el equivalente en puntos del índice de los dividendos pagados. En los índices de rendimientos, el pago de dividendos se incorpora a la cartera invirtiendo su importe en el valor que ha pagado el dividendo y, en consecuencia, el precio del futuro no se ve afectado por el pago de los mismos. El *IBEX 35 CON DIVIDENDOS* es otro ejemplo de índice de rendimientos y, en la actualidad, gran parte de los índices de referencia tienen versiones de índices con Dividendos, pero que no son subyacentes en los mercados de derivados.

A continuación, desarrollamos el modelo MAC para el cálculo del número óptimo de contratos a vender para la cobertura de una cartera índice con futuros sobre un índice de rendimientos.

Sean:

- p Primer día de cotización del futuro de próximo vencimiento
- T Tiempo en años desde p hasta el vencimiento del próximo futuro
- t Tiempo en años desde p hasta el día que se realiza la cobertura, $0 < t < T$
- d Tiempo en años desde p hasta el día que se prevé deshacer la cobertura,
 $0 < d < T$, $d > t$
- I_t Cotización en puntos del índice el día que se realiza la cobertura
- F_t Precio teórico del futuro el día que se realiza la cobertura
- $r_{(i,j)}$ Tipo de interés spot de i a j
- $r_{f(i,T)}$ Tipo de interés forward de i a T

$R_{(i,j)}$ Factor de capitalización spot desde i hasta j , pudiendo tomar i y j valores desde t hasta T , siendo $R_{(i,j)} = 1 + r_{(i,j)}(j - i)$

$R_{f(i,j)}$ Factor de capitalización forward desde i hasta T , pudiendo tomar i valores desde t más un día hasta T , siendo $R_{f(i,T)} = 1 + r_{(i,T)}(T - i)$

I_d Cotización del índice en d

E_t Valor monetario de la cartera que se quiere cubrir en t

M Multiplicador (ver tabla 3.1)

N Número de contratos de futuro a vender para realizar la cobertura

Supongamos que queremos cubrir una cartera cuyo valor monetario equivale a la cotización en puntos del índice en ese momento

Cuando la posición al contado está constituida por un importe igual a la cotización del índice de rendimientos y se cumple el modelo *cost of carry*, tenemos que:

$$\Delta I_{(t,d)} - h \cdot \Delta F_{(t,d)} = r_{(t,d)}(d - t) \cdot I_t$$

$$h = \frac{\Delta I_{(t,d)} - r_{(t,d)}(d - t) \cdot I_t}{\Delta F_{(t,d)}} \quad (4.16)$$

$$\Delta I_{(t,d)} = I_d - I_t \quad (4.17)$$

$$F_t = I_t \cdot R_{(t,T)} \quad (4.18)$$

$$F_d = I_d \cdot R_{(d,T)} \quad (4.19)$$

$$\Delta F_{(t,d)} = I_d \cdot R_{(d,T)} - I_t \cdot R_{(t,T)} \quad (4.20)$$

Vendiendo un FRA sobre la posición del índice, tenemos que:

$$F_d = I_d \cdot R_{(d,T)} + (R_{f(d,T)} - R_{(d,T)}) \cdot I_d \quad (4.21)$$

$$F_d = I_d \cdot R_{f(d,T)} \quad (4.22)$$

Sustituyendo en (4.19):

$$\Delta F_{t,d} = I_d \cdot R_{f(d,T)} - I_t \cdot R_{(t,T)} \quad (4.23)$$

En virtud de la definición de tipo de interés forward, tenemos que:

$$R_{(t,d)} \cdot R_{f(d,T)} = R_{(t,T)} \quad (4.24)$$

Sustituyendo (4.17), (4.23) y (4.24) en (4.16) y operando, obtenemos:

$$h = \frac{\Delta I_{(t,d)} - r_{(t,d)}(d-t) \cdot I_t}{\Delta F_{(t,d)}} = \frac{I_d - I_t - r_{(t,d)}(d-t) \cdot I_t}{I_d \cdot R_{f(d,T)} - I_t \cdot R_{(t,T)}}$$

$$h = \frac{I_d - I_t - r_{(t,d)}(d-t) \cdot I_t}{\left(\frac{I_d \cdot R_{(t,T)}}{R_{(t,d)}} - I_t \cdot R_{(t,T)} \right)}$$

$$h = \frac{I_d - I_t - r_{(t,d)}(d-t) \cdot I_t}{R_{(t,T)} \left(\frac{I_d}{R_{(t,d)}} - I_t \right)} \quad (4.25)$$

De nuevo, si consideramos un horizonte temporal “infinitesimal” $R_{(t,d)} \approx 1$ y

$r_{(t,d)}(d-t) \cdot I_t \approx 0$, la expresión (4.25) se convierte en:

$$h = \frac{1}{R_{(t,T)}} \quad (4.26)$$

Si, en lugar de querer cubrir una posición monetaria igual a I_t , deseamos realizar la cobertura sobre un efectivo de E_t y el valor del contrato del futuro se obtiene mediante el producto de la cotización del futuro por su multiplicador M , tenemos que el número de contratos de futuros que hay que vender es:

$$N = h \frac{E_t}{I_t} \frac{1}{M} \quad (4.27)$$

Sustituyendo h por su expresión en (4.27), tenemos:

$$N = \frac{1}{R_{(t,T)}} \frac{E_t}{I_t} \frac{1}{M} \quad (4.28)$$

El producto del índice por su capitalización hasta el vencimiento del futuro es, precisamente, **el precio teórico del futuro de un índice de rendimientos** y, por tanto, podemos expresar (4.28) de una manera alternativa, como:

$$N = \frac{E_t}{F_t M} \quad (4.29)$$

4.4 Aplicación del MAC al mercado español 2007-2010

A continuación vamos a aplicar el modelo MAC al mercado español, calculando el ratio dinámico de cobertura con un horizonte temporal diario y a valorar posteriormente la eficacia de la cobertura utilizando este modelo.

4.4.1 Datos

Partiendo de la base de datos utilizada en el capítulo II, aunque en este caso no se excluyen los días del vencimiento del futuro y, por tanto, el tamaño de la muestra asciende a 1009 observaciones⁵⁹, obtenemos para los días de mercado del periodo (02/01/2007-17/12/2010):

- Cotizaciones del IBEX 35 al cierre del día
- Precios de cierre del futuro sobre el IBEX 35 de próximo vencimiento
- Serie de dividendos diarios de nuestra base de datos
- Tipos eonia y euribor 1 mes

4.4.2 Metodología

1. Calculamos el ratio de cobertura:

$$h_t = \frac{I}{R_{(t,T)}}$$

Para cada día de la serie obtenemos los tipos de interés hasta el vencimiento del próximo futuro interpolando entre el tipo eonia y el euribor 1 mes.

2. Vendemos un FRA, según la ecuación (4.8), que comienza al día siguiente hábil⁶⁰ y termina en T.

⁵⁹ Hemos preferido no eliminar de la serie, en este caso, los días de vencimiento del futuro, para poder comparar posteriormente de manera homogénea los resultados obtenidos con los de los estudios analizados en la literatura financiera, que no los depura de la serie.

⁶⁰ Ya que $d=1$ en base a la proposición 4 (Epígrafe 1 de este capítulo: Supuestos de partida)

3. Calculamos la rentabilidad diaria de la cartera cubierta, según la expresión:

$$\left. \begin{aligned} r_{MAC,t} &= \frac{(I_t - I_{t-1} + D_t) - (F_t - F_{t-1})h_{t-1} - (R_{(d,T)} - R_{f(d,T)}) \cdot I_{t-1}}{I_{t-1}} \\ h_{t-1} &= \frac{I}{R_{(t-1,T)}} \end{aligned} \right\} \quad (4.30)$$

Donde el primer paréntesis representa el resultado en euros de la cartera de contado y los dos sustraendos, los de la posición de futuros y del FRA vendido, respectivamente.

Adicionalmente, analizaremos el modelo prescindiendo de la venta del FRA, para valorar su impacto en la estrategia de cobertura, quedando en ese caso la cartera cubierta definida de la siguiente manera:

$$\left. \begin{aligned} r_{MACnf,t} &= \frac{(I_t - I_{t-1} + D_t) - (F_t - F_{t-1})h_{t-1}}{I_{t-1}} \\ h_{t-1} &= \frac{I}{R_{(t-1,T)}} \end{aligned} \right\} \quad (4.31)$$

La rentabilidad de la cartera no cubierta, que nos servirá como referencia para valorar la eficacia de la cobertura, toma la expresión:

$$r_{U,t} = \frac{(I_t - I_{t-1} + D_t)}{I_{t-1}} \quad (4.32)$$

4. En el día T del vencimiento del futuro F_v se toman dos precios: el del futuro F_v , que se compara con su cierre del día anterior para obtener la variación del futuro en el día T , y el del futuro de próximo vencimiento F_{v+1} , que servirá para compararlo con el del cierre del día siguiente y obtener así la rentabilidad de la cartera cubierta del primer día de la serie del futuro de vencimiento siguiente. De este modo se evita la discontinuidad derivada de la *concatenación* de sucesivas *mini-series* del futuro, que

se pone de manifiesto en la serie del futuro de próximo vencimiento, utilizada en los modelos econométricos.

5. Evaluamos la eficacia de la cobertura con los resultados que se exponen en el siguiente apartado (tabla 4.1).

4.4.3 Resultados

Para evaluar la eficacia de la cobertura, analizaremos la medida más utilizada en la literatura financiera, que es la reducción porcentual de la varianza sobre la cartera no cubierta (Ederington, 1979). Esta medida se complementa con el análisis de la rentabilidad de la cartera cubierta mediante sus estadísticas básicas del valor medio, máximo y mínimo (tabla 4.1).

Tabla 4. 1. Medidas de eficacia de cobertura
modelo MAC. IBEX-35 (2007-2010)

	No cubierta (NC)	MAC	MAC _{nf}
Ratio de cobertura			
<i>media</i>		0.9991	0.9991
<i>máx</i>		1	1
<i>mín</i>		0.9958	0.9958
Rentabilidad de la cartera			
<i>media</i>	-0.0011	0.012	0.011
<i>máx</i>	14.4350	1.574	1.574
<i>mín</i>	-8.9556	-1.681	-1.681
Eficacia de la cobertura			
Varianza r_p	0.0337538	0.0003549	0.0003546
Reducción varianza r_p sobre cartera no cubierta		98.949%	98.949%

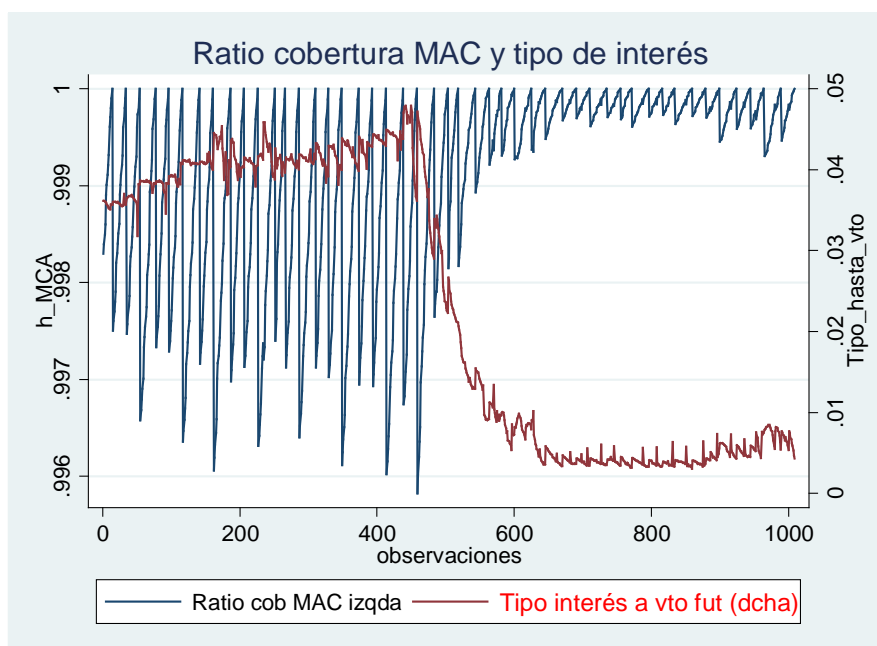
Nota: Varianzas y rentabilidades diarias en tanto por ciento

Fuente: elaboración propia

La conclusión más relevante de los resultados es que el modelo MAC presenta un alto grado de eficacia de la cobertura (cercano al 99%), significativamente superior a los obtenidos en los trabajos analizados en la revisión de la literatura financiera sobre modelos econométricos⁶¹.

El ratio de cobertura se mantiene cercano a la unidad. Según el modelo MAC, éste depende del plazo y del tipo del tipo de interés hasta el futuro de próximo vencimiento. A diferencia de la mayor parte de los futuros sobre índices, con vencimientos trimestrales, el IBEX-35 tiene vencimientos mensuales, por lo que, en relación a este factor, tendrá una mayor tendencia a acercarse a la unidad. Por otra parte, a menor tipo de interés a vencimiento, mayor ratio de cobertura, como vemos en el gráfico (4.2).

Gráfico 4. 2. Evolución del Ratio de cobertura MAC y del tipo de interés a vencimiento (IBEX-35 (2007-2010))



⁶¹ Al realizar la comparación, téngase en cuenta que la mayor parte de los trabajos se han realizado teniendo en cuenta un horizonte temporal semanal, cuyos resultados son siempre superiores a las coberturas diarias. Como ya hemos indicado, el gestor de inversiones revisa su estrategia de cobertura al menos diariamente y no establece plazos predeterminados de cobertura a mayor plazo. Este es el motivo por el que nuestro análisis se centra en un horizonte temporal diario.

En la tabla (4.1), observamos asimismo que no existen diferencias entre los modelos MAC y MAC_{nf} , lo que indica que la contratación de FRAs no añade eficacia al modelo y, aunque el modelo MAC es teóricamente más sólido, en este caso, no se muestra superior al modelo MAC_{nf} . La igualdad de la eficacia de ambos modelos puede venir explicada por el hecho de que la mejora en la disminución del riesgo de tipo de interés del modelo MAC quede compensada por el error que se comente al contratar el FRA sobre I_t en lugar de sobre I_d ⁶².

4.5 Las limitaciones de la serie “precio del futuro de próximo vencimiento” en los modelos econométricos.

Ilustremos con un ejemplo las particularidades que se derivan de la vida limitada de cada contrato de futuro. En el caso del IBEX 35, hablamos del contrato vencimiento enero, vencimiento febrero y así, sucesivamente, de todos los contratos de futuro que cada año vencen el tercer viernes de cada mes. La serie *precio del futuro de próximo vencimiento* es, en realidad, una cadena que se va construyendo uniendo consecutivamente los distintos contratos de futuro, que por la naturaleza de sus diferentes vencimientos, son heterogéneos entre sí.

Para simplificar el análisis, supongamos un tramo del índice de precios de 12 semanas en el que no hay pago de dividendos ni variación en el rendimiento de las acciones (tabla 4.2). Suponemos un tipo de interés constante para todos los plazos del 5%⁶³. El plazo de capitalización para el cálculo de la base teórica del futuro se calcula como el número de semanas hasta el vencimiento del próximo futuro dividido entre 52. F-1, F-2 y F-3 representan el instante después del vencimiento del futuro anterior (1,2 y 3), momento en el que se calcula el precio del futuro sobre el contrato de vencimiento siguiente (2,3 y 4, respectivamente). Por ejemplo, en la semana 3, al precio del futuro le resta una semana para el vencimiento de F-1, en la semana 4, le quedan 4 semanas para el vencimiento de F-2, semana 5, 3 semanas para el vencimiento de F-2 y, así sucesivamente. Suponemos que no hay revalorización en la bolsa.

⁶² Según se comentó en la nota a pie de página número 56.

⁶³ El tipo de interés del 5% se toma de modo arbitrario y con un nivel suficientemente elevado para que pueda observarse con claridad el efecto que queremos mostrar.

Tabla 4. 2. Ejemplo. Distorsiones en la serie del futuro próximo vencimiento.

Tiempo hasta vencimiento en el cambio de contrato. Índice de precios

Tipo de interés		5%		En puntos del índice				
Semana	Indice	Efecto tipo de interés	Efecto dividendo	Base	Precio teórico del futuro	Variación índice	Variación del futuro	Var Fut-Var Indice
	0	10,000.0	38.5	0	38.5	10,038.5		
	1	10,000.0	28.8	0	28.8	10,028.8	0.0	-9.6
	2	10,000.0	19.2	0	19.2	10,019.2	0.0	-9.6
	3	10,000.0	9.6	0	9.6	10,009.6	0.0	-9.6
F-1	4	10,000.0	38.5	0	38.5	10,038.5	0.0	28.8
	5	10,000.0	28.8	0	28.8	10,028.8	0.0	-9.6
	6	10,000.0	19.2	0	19.2	10,019.2	0.0	-9.6
	7	10,000.0	9.6	0	9.6	10,009.6	0.0	-9.6
F-2	8	10,000.0	38.5	0	38.5	10,038.5	0.0	28.8
	9	10,000.0	28.8	0	28.8	10,028.8	0.0	-9.6
	10	10,000.0	19.2	0	19.2	10,019.2	0.0	-9.6
	11	10,000.0	9.6	0	9.6	10,009.6	0.0	-9.6
F-3	12	10,000.0	38.5	0	38.5	10,038.5	0.0	28.8

Fuente: elaboración propia

Como sabemos, en el momento del vencimiento del contrato de futuros, la base es igual a cero. En ausencia de dividendos, un instante después, el precio del contrato de próximo vencimiento aumenta la base en función del tiempo que resta hasta el próximo vencimiento (4 semanas), y del tipo de interés, en nuestro ejemplo, 38,5 puntos. Cada semana la base perderá 9,6 puntos (la cuarta parte) hasta ajustarse de nuevo a cero el día del vencimiento. Este ajuste semanal de 9,6 se explica por el efecto de la capitalización del contado. Los saltos de 28,8 puntos (-9,6 por el cambio semanal + 38,5 por el cambio de contrato de futuro de siguiente vencimiento) introducen distorsiones en la eficacia de los modelos econométricos, ya que la serie incorpora variaciones entre el contado y el futuro que en realidad no se han producido.

Avancemos un paso más, introduciendo el efecto de los dividendos (tabla 4.3). Incorporamos ahora algunas variaciones al esquema de la tabla (4.2). En esta ocasión, para identificar de manera aislada el efecto del pago de dividendos en el precio del futuro, supondremos un tipo de interés del 0%, lo que equivale a anular el efecto de capitalización del contado en la base y en el precio del futuro.

Tabla 4. 3. Distorsiones en la series del índice al contado y del futuro de próximo vencimiento. Índice de precios. Efecto del pago de dividendos

Tipo de interés		0%										
Semana	Divid semana	Indice	Efecto tipo de interés	Divid pendientes hata prox vto	Efecto dividendo	Base	Precio teórico del futuro	Variación índice	Variación de la Cartera	Variación del futuro	Var Fut- Var Indice	Var Fut - Var Cartera
En puntos del índice												
	0	10,000.0	0.0	0	0	0.0	10,000.0					
	1	0 10,000.0	0.0	0	0	0.0	10,000.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	2	0 10,000.0	0.0	0	0	0.0	10,000.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	3	0 10,000.0	0.0	0	0	0.0	10,000.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
F-1	4	0 10,000.0	0.0	0	0	0.0	10,000.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	5	0 10,000.0	0.0	0	0	0.0	10,000.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	6	0 10,000.0	0.0	0	0	0.0	10,000.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	7	0 10,000.0	0.0	0	0	0.0	10,000.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
F-2	8	0 10,000.0	0.0	170	-170	-170.0	9,830.0	0.0	0.0	-170.0	-170.0	-170.0
	9	100 9,900.0	0.0	70	-70	-70.0	9,830.0	-100.0	0.0	0.0	100.0	0.0
	10	0 9,900.0	0.0	70	-70	-70.0	9,830.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	11	70 9,830.0	0.0	0	0	0.0	9,830.0	-70.0	0.0	0.0	70.0	0.0
F-3	12	0 9,830.0	0.0	0	0	0.0	9,830.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Fuente: elaboración propia

En la segunda columna de la tabla (4.3), introducimos de manera aleatoria el importe en puntos equivalente a los dividendos que se pagan cada semana. En la quinta columna, tenemos los dividendos pendientes hasta el próximo vencimiento del futuro que, en este caso representan, con el signo cambiado, la base teórica del mismo. Suponemos que no hay revalorización en la bolsa, pero al tratarse de un índice de precios, la cotización del índice los descuenta, como vemos en la tercera columna de la tabla.

Como podemos observar en la tabla (4.3), durante el mes 3, se producen pagos de dividendos, lo que hace que en el momento del *roll-over*⁶⁴, al cambiar el contrato de futuro de referencia al de siguiente vencimiento, se produzca un *salto* en la base del futuro por el importe total de los dividendos pendientes hasta el próximo vencimiento. Esta es la variación de (-170) puntos mostrada en la tabla (4.3) con tinta negra y sombreado naranja: nada ha

⁶⁴ La operación de *roll over* consiste, en este caso, en comprar un futuro del contrato que vence, para cerrar la posición corta abierta y, simultáneamente, vender un futuro sobre el contrato del siguiente vencimiento para dar continuidad a la cobertura de la cartera.

variado en el mercado, sin embargo, en la relación contado-futuro se genera una diferencia de (-170) puntos.

Por otra parte, a medida que se van cobrando los dividendos, el índice los descuenta y se produce una variación del índice que no tiene contrapartida en el precio del futuro. Por ejemplo, en el caso del pago del dividendo de la semana 9, por importe de 100 puntos, el índice disminuirá 100 puntos, pero en la fórmula de cálculo del precio del futuro se observará que ⁶⁵:

$$F_t = (I_{t-1} - 100) - (D_{t-1} - 100) = F_{t-1} \Rightarrow \Delta F = 0 \quad (4.33)$$

La distorsión entre las series de contado y futuro se produce en este caso porque, aunque la serie del contado contempla la disminución del dividendo, en realidad, el valor efectivo de la cartera no ha variado, ya que, aunque el precio de las acciones baje debido al pago de dividendos, se produce un aumento de la tesorería por el mismo importe, que luego se utiliza para comprar acciones de las empresas que han pagado dividendos y mantener así la cartera de réplica. Estas distorsiones (celdas sombreadas en azul con tinta de las cifras en blanco, 100 y 70 puntos) representan disminuciones del índice, pero no de la cartera, que se compone del índice más los dividendos cobrados y que, por tanto, permanece invariable.

En consecuencia, si se hace la regresión de la serie de variaciones del índice sin ajustar por los dividendos cobrados, con respecto a la serie de variaciones del precio teórico del futuro de próximo vencimiento⁶⁶, nos encontraremos con los dos tipos de errores que señalamos en la tabla (4.3).

⁶⁵ Por razones de simplicidad en la exposición se obvia el efecto de capitalización del índice al contado en la fórmula.

⁶⁶ Como veremos más tarde en detalle, la utilización del precio teórico del futuro, en lugar de su precio real de mercado, nos permite distinguir los errores propios de los modelos de los que se derivan de la ineficiencia del mercado.

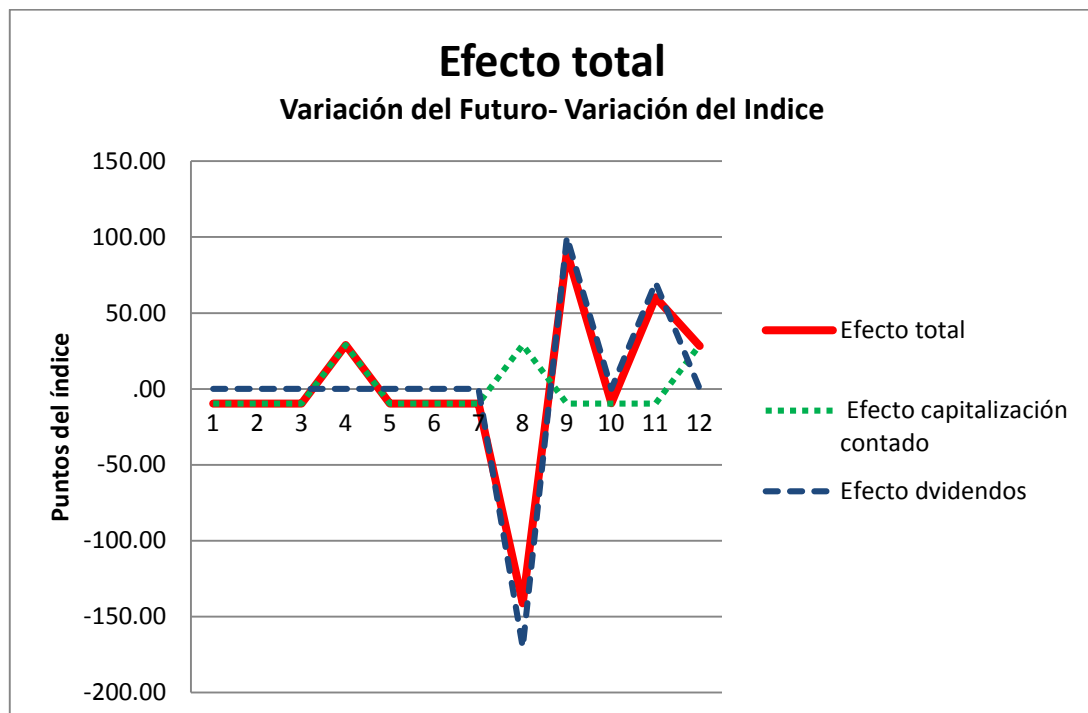
Ahora vamos a combinar el efecto de capitalización del índice al contado al 5%, como hiciéramos en la tabla (4.2), con el efecto de la serie de pagos de dividendos que hemos visto en la tabla (4.3). Veamos ahora en la tabla (4.4) el efecto conjunto de las tablas (4.2) y (4.3) y su representación en el gráfico (4.3):

Tabla 4. 4. Distorsiones contado y futuro próximo vencimiento. Índice de precios

Tipo de interés		5%											
Semana	Divid semana	Indice	Efecto tipo de interés	Divid pendientes hata prox vto	Efecto dividendo	Base	Precio teórico del futuro	Variación índice	Variación de la Cartera	Variación del futuro	Var Fut- Var Indice	Var Fut - Var Cartera	
	0	0 10,000.0	38.5	0	0	38.5	10,038.5						
	1	0 10,000.0	28.8	0	0	28.8	10,028.8	0.0	0.0	-9.6	-9.6	-9.6	
	2	0 10,000.0	19.2	0	0	19.2	10,019.2	0.0	0.0	-9.6	-9.6	-9.6	
	3	0 10,000.0	9.6	0	0	9.6	10,009.6	0.0	0.0	-9.6	-9.6	-9.6	
F-1	4	0 10,000.0	38.5	0	0	38.5	10,038.5	0.0	0.0	28.8	28.8	28.8	
	5	0 10,000.0	28.8	0	0	28.8	10,028.8	0.0	0.0	-9.6	-9.6	-9.6	
	6	0 10,000.0	19.2	0	0	19.2	10,019.2	0.0	0.0	-9.6	-9.6	-9.6	
	7	0 10,000.0	9.6	0	0	9.6	10,009.6	0.0	0.0	-9.6	-9.6	-9.6	
F-2	8	0 10,000.0	38.5	170	-170	-131.5	9,868.5	0.0	0.0	-141.2	-141.2	-141.2	
	9	100 9,900.0	28.6	70	-70	-41.4	9,858.6	-100.0	0.0	-9.9	90.1	-9.9	
	10	0 9,900.0	19.0	70	-70	-51.0	9,849.0	0.0	0.0	-9.5	-9.5	-9.5	
	11	70 9,830.0	9.5	0	0	9.5	9,839.5	-70.0	0.0	-9.6	60.4	-9.6	
F-3	12	0 9,830.0	37.8	0	0	37.8	9,867.8	0.0	0.0	28.4	28.4	28.4	

Fuente: elaboración propia

Gráfico 4. 3. Distorsiones entre la variación del índice y del futuro, según Tabla 4.4



Fuente: elaboración propia a partir de los datos de la tabla (4.4)

Observamos que, en este caso, el efecto de capitalización del contado es menor que el del pago de dividendos. En escenarios de tipos de interés más elevados y menores dividendos, la relación podría llegar a invertirse.

El gráfico (4.3) resume las limitaciones de las series utilizadas en los modelos de regresión para determinar el ratio de cobertura relacionando las series de variación del precio del contado y del futuro, que se producen al obviar las distorsiones derivadas de:

- a) La composición de la serie del futuro mediante tramos heterogéneos, que afecta, en los cambios de contrato, al componente de la capitalización del contado y al de los dividendos pendientes de pago hasta vencimiento.
- b) El hecho de que los índices de precios no incorporan los dividendos cobrados, que son parte del rendimiento de la cartera de renta variable.

En su análisis para determinar el efecto de la fecha elegida para realizar el *roll over* de los contratos de futuros, Ma et al (1992) advirtieron estos *saltos* en los mercados de futuros del oro, soja, bono del tesoro de Estados Unidos, yen japonés y S&P 500. Propusieron ajustar las series de precios restando la diferencia entre el precio de los contratos de futuros *entrante* y *saliente* para todas las fechas del *roll-over* y ajustarlas hacia atrás de manera acumulada. Aplicando esta técnica, para el S&P 500 obtuvieron una reducción de la variación media diaria de la serie del 0.11% al 0.08% y de la desviación típica de 3.349 a 3.339, con respecto a la serie sin ajustar, para el periodo 1982-89. En la misma línea de estudio, Carchano y Pardo (2009), en su análisis sobre el DAX, el Nikkei y el S&P 500 para el periodo 2000-2006, resuelven la discontinuidad calculando la variación relativa del precio del primer día del contrato sobre el contrato F+1 en relación al precio sobre el contrato F+1 del último día de contratación del futuro F⁶⁷.

⁶⁷ En cuanto a la fecha del roll-over, Ma et al obtienen diferentes resultados en función de la fecha elegida e indican que debe evitarse utilizar como fecha del roll-over la del vencimiento del futuro, ya que casi siempre se genera una excesiva volatilidad en esas fechas. Sin embargo, Carchano y Pardo concluyen que la elección de la fecha del roll-over es irrelevante, por lo que este método, el menos complejo y más extendido, puede utilizarse.

Estas propuestas de ajuste de la serie del futuro resuelven el salto de la capitalización del contado y el de los dividendos pendientes de vencimiento, pero no el del descuento del dividendo cada vez que se cobra, en los índices de precios.

En los trabajos descritos en el análisis de la literatura financiera relacionada con esta tesis no encontramos constancia de que se hayan realizado ajuste de esta naturaleza en las series utilizadas en las regresiones, para la obtención del ratio óptimo de cobertura de carteras de réplica con sus respectivos futuros.

4.6 Ratios de cobertura por MAC y MCO en base al precio teórico del futuro. Evidencia de las limitaciones de la serie del futuro.

4.6.1 Índices de precios

Vamos a valorar ahora la eficacia de la cobertura para el modelo MAC y para el modelo econométrico más simple, el MCO, en el caso de que el precio del futuro de mercado del IBEX 35 fuese igual a su precio teórico, esto es, suponiendo que el mercado es eficiente. De esta manera, aislamos el efecto de las ineficiencias del mercado en el resultado de la cobertura y podremos valorar las posibles desviaciones de ambos modelos inherentes exclusivamente a su metodología.

Siendo:

$$r_{IBEX_t} = \frac{\ln I_t}{\ln I_{t-1}} \quad y \quad r_{\overline{FUT}_t} = \frac{\ln \overline{F}_t}{\ln \overline{F}_{t-1}} \quad (4.34)$$

Donde \overline{F}_t y \overline{F}_{t-1} representan el precio teórico del futuro, según la fórmula (2.15), en el día en el que se analiza el resultado de la cobertura y en el de su retardo diario anterior, realizamos la regresión por MCO para obtener h según:

$$r_{IBEX_t} = \alpha + h r_{\overline{FUT}_t} + e_t \quad (4.35)$$

Resultando un ratio de cobertura $h = 0.9946$ ⁶⁸

La cartera cubierta en base al ratio de cobertura de mínima varianza obtenido por MCO será:

$$r_{MCO_{tco,t}} = r_{IBEX_t} - 0.9946 r_{\overline{FUT}_t} \quad (4.36)$$

En cuanto al resultado de la cartera $r_{MAC_{tco,t}}$ cuyo ratio de cobertura se calcula en base a los precios teóricos del futuro, tenemos que:

⁶⁸ Parámetros y estadísticos de la regresión completa en Anexo A.1

$$r_{MAC_{tco},t} = \frac{(I_t - I_{t-1} + D_t) - (\bar{F}_t - \bar{F}_{t-1})h_{t-1} - (R_{(d,T)} - R_{f(d,T)}) \cdot I_{t-1}}{I_{t-1}} \quad (4.37)$$

$$h_{t-1} = \frac{I}{R_{(t-1,T)}}$$

Como vemos en la tabla (4.5) la eficacia de la cobertura MAC_{tco} es superior a la MCO_{tco} en términos de reducción de varianza sobre la cartera no cubierta, pero sobre todo en su rango de oscilación mínimo-máximo de rentabilidad diaria porcentual (-0.045;0.102), que es sustancialmente inferior a la del modelo MCO_{tco} (-0.848;1.576)

Tabla 4. 5 Comparación de la eficacia de la cobertura de las carteras MAC_{tco} y MCO_{tco}

	No cubierta (NC)	NC-i	MAC	MAC _{nf}	MAC _{tco}	MAC _{tco} - i	MCO _{tco}
Ratio de cobertura							
media			0.9991	0.9991	0.9991	0.9991	0.9946
máx			1	1	1	1	0.9946
mín			0.9958	0.9958	0.9958	0.9958	0.9946
Rentabilidad de la cartera							
media	-0.0011	-0.01002	0.012	0.011	0.011	0.002	0.000
máx	14.4350	14.43212	1.574	1.574	0.102	0.038	1.576
mín	-8.9556	-8.96624	-1.681	-1.681	-0.045	-0.056	-0.848
Eficacia de la cobertura							
Varianza r_p	0.0337538	0.0337663	0.0003549	0.0003546	0.0000015	0.0000003	0.0001681
Reducción varianza r_p sobre cartera no cubierta			98.949%	98.949%	99.996%	99.999%	99.502%

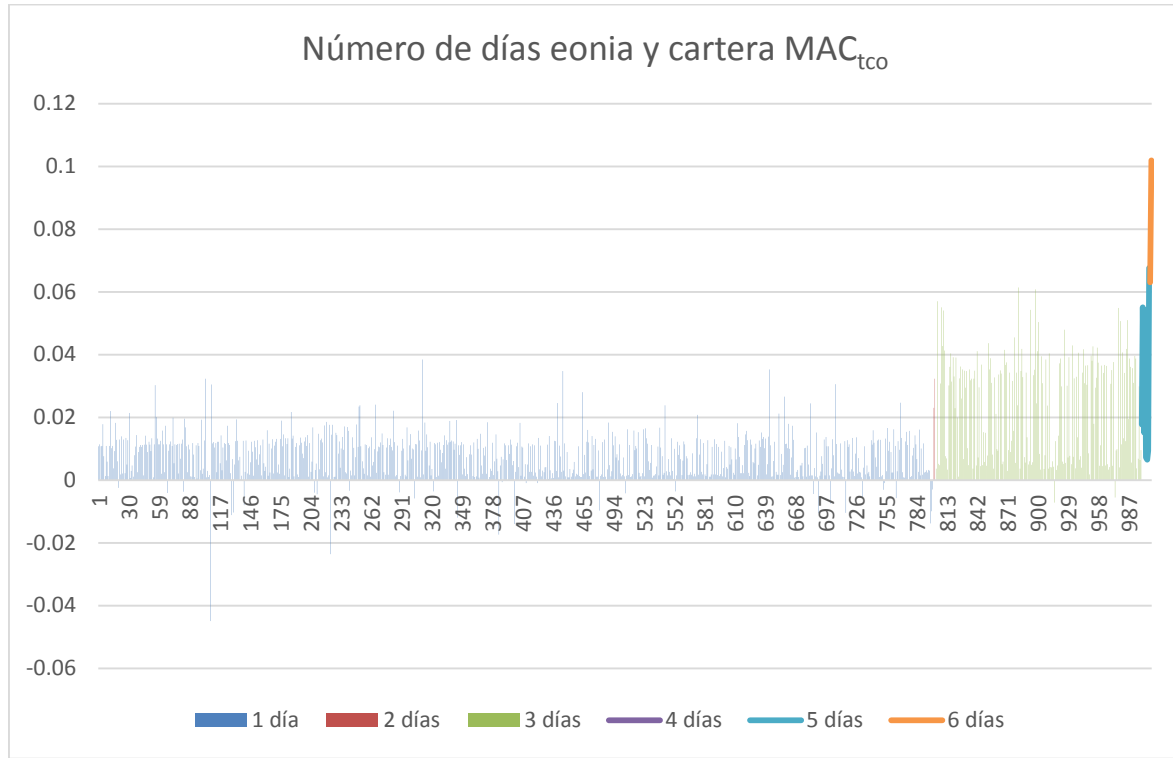
Nota: Varianzas y rentabilidades diarias en tanto por ciento

Fuente: elaboración propia

Recordemos que el resultado de la cartera cubierta debe ser, según la teoría, la rentabilidad efectiva del activo libre de riesgo. El rango del eonia en tanto por ciento anualizado para la serie estudiada es (0.3;4.6), por lo que la rentabilidad diaria debería oscilar en el rango porcentual de (0.001;0.0126).

Al aplicar el ratio de cobertura de la fórmula (4.11) a coberturas de 1 día, de 3 días los fines de semana y de 4 a 6 días cuando se encadenan fines de semana y días festivos, obtenemos una rentabilidad de la cartera MAC_{tco} que depende del “número de días eonia”, como se muestra en el gráfico (4.4).

Gráfico 4. 4. Relación entre la rentabilidad de MAC_{tco} y número de días eonia



Fuente: elaboración propia

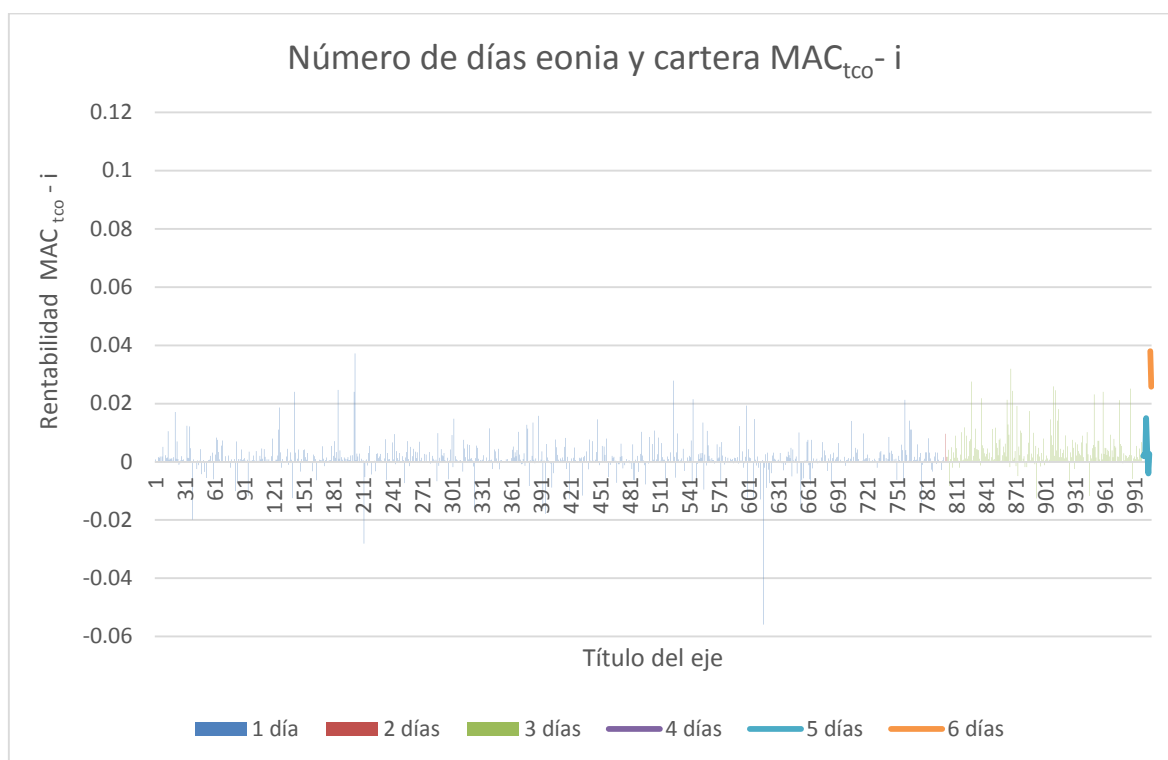
Si obtenemos ahora la cartera $MAC_{tco} - i$, que representa la rentabilidad de la cartera cubierta con el precio del futuro teórico, menos la rentabilidad efectiva de la cartera, según la teoría deberíamos obtener un resultado igual a cero. Siendo d el número de días eonia, i_{eonia} el tipo eonia, que toma plazos de 1 a 6 días según el calendario de días del mercado, tenemos que:

$$r_{MAC_{tco}-i} = \frac{(I_t - I_{t-1} + D_t) - (\bar{F}_t - \bar{F}_{t-1})h_{t-1} - (R_{(d,T)} - R_{f(d,T)}) \cdot I_{t-1}}{I_{t-1}} - d \cdot i_{eonia} I_{t-1} \quad (4.38)$$

$$h_{t-1} = \frac{I}{R_{(t-1,T)}}$$

Como vemos en la tabla (4.5), la rentabilidad media de la cartera $r_{MAC_{tco}-i}$ es del 0.002%, la varianza prácticamente nula y el grado de eficacia de la cobertura, comparando su varianza con la de la cartera no cubierta menos la rentabilidad efectiva al tipo eonia ($NC-i$)⁶⁹, es del 99.999%. En el gráfico (4.5) observamos asimismo que la rentabilidad de la cartera menos la rentabilidad libre de riesgo se acerca a cero con una disminución sustancial de la dispersión con respecto al gráfico (4.4).

Gráfico 4. 5. Relación entre la rentabilidad de $MAC_{tco}-i$, y el número de días eonia



Fuente: elaboración propia

Analicemos ahora con mayor detalle la serie MCO_{tco} ⁷⁰. Si bien su eficacia de la cobertura es elevada y la rentabilidad media de la cartera es cercana a cero, el rango (-0.848;1.576) puede indicar que en algunos puntos puedan producirse diferencias materiales⁷¹. En el

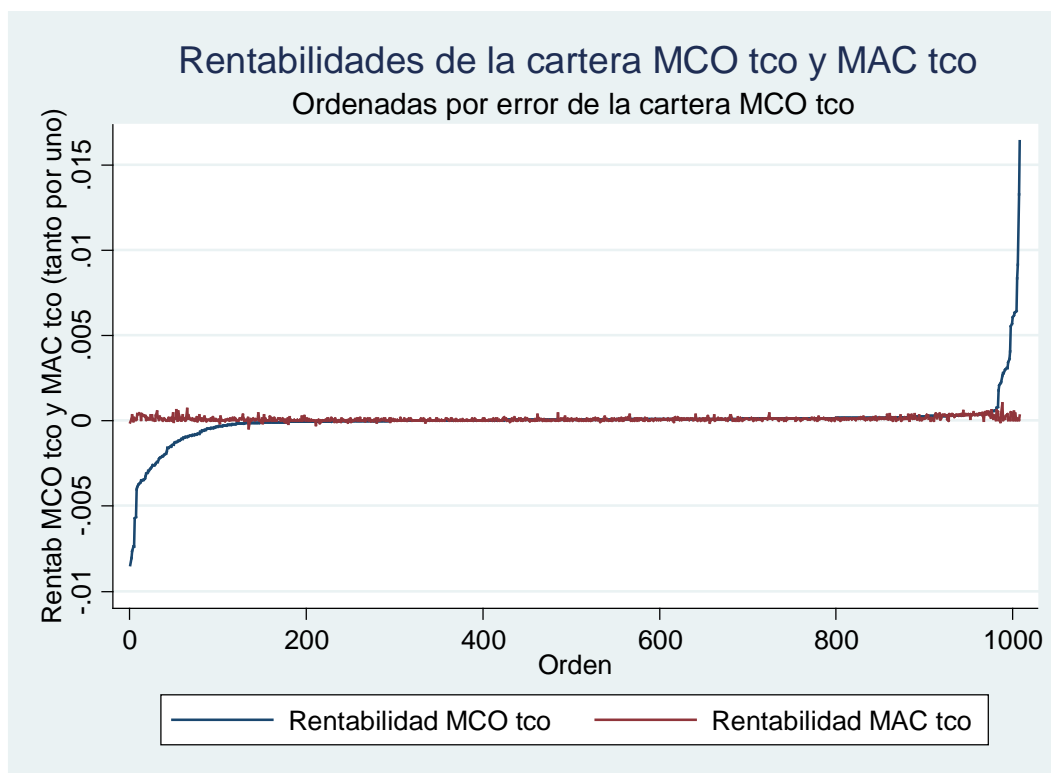
⁶⁹ Aunque, como se puede observar en la tabla (4.5), los estadísticos de la cartera $NC-i$ son prácticamente iguales a los de NC .

⁷⁰ Datos completos de la regresión en Anexo A.2

⁷¹ Pensemos que, por ejemplo, la variación máxima del 1.639% diaria equivale a un 337.60% en tipo anualizado

gráfico (4.6) hemos representado las carteras MCO_{tco} y MAC_{tco} siguiendo el orden de error de la cobertura de MCO_{tco} .

Gráfico 4. 6. Error de cobertura MCO tco vs. MAC tco



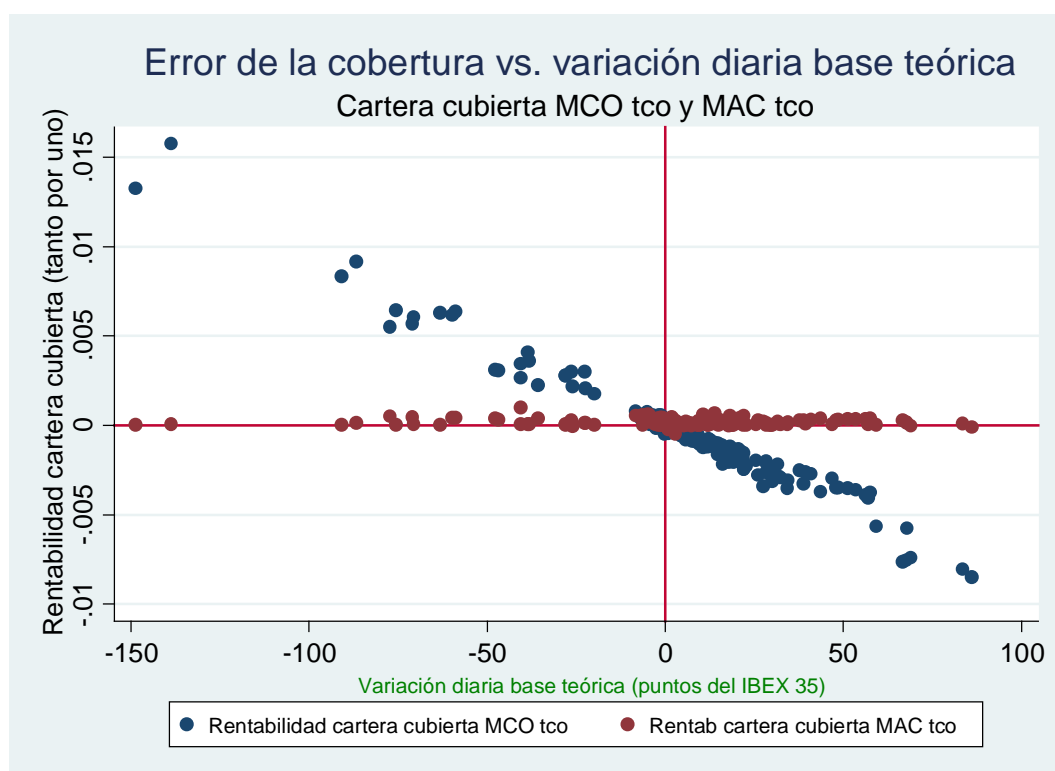
Fuente: elaboración propia

Al realizar el análisis de las carteras cubiertas de ambos modelos utilizando el precio teórico, hemos eliminado el error que introducen en la eficacia de la cobertura las ineficiencias del mercado, por lo tanto las diferencias que observamos son inherentes a las limitaciones de los propios modelos. En el caso del MAC_{tco} son atribuibles a aplicar el modelo que se basa en una cobertura con un horizonte temporal infinitesimal a un horizonte temporal diario. En el modelo MCO_{tco} las colas que alejan el resultado de cero⁷² (gráfico 4.6) vienen determinadas por los *saltos* motivados por el *encadenamiento* de las *miniserias* del futuro de próximo vencimiento y por el hecho de que los índices de precios no incorporan los dividendos que sí que forman parte de la cartera de réplica. Según hemos explicado en el

⁷² En realidad el resultado sería el rendimiento del activo libre de riesgo, que en coberturas diarias es prácticamente cero. Por ejemplo, para un tipo de interés de un 5%, la rentabilidad diaria sería 0.014%

epígrafe 5 de este capítulo, estos efectos generan cambios en la base teórica que no están relacionados con cambios reales en el mercado. En el gráfico (4.7) se observa una clara relación entre la variación de la base teórica diaria y el error de la cobertura de la cartera MCO_{tco} medido a través de las rentabilidades diarias que difieren de cero, que no existe, por el contrario, en el caso de la cartera MAC_{tco}

Gráfico 4. 7. Error de la cobertura MCO tco y MAC tco vs. Variación de la base tca.



Fuente: elaboración propia

4.6.2 Índices de rendimientos

En el caso de la cobertura de índices de rendimientos, el error que la serie del futuro de próximo vencimiento incorpora a los modelos econométricos es sin duda menor que la relativa a los índices de precios, ya que el efecto de los dividendos no influye en la discontinuidad. El único efecto que queda es el del *salto* de la capitalización del contado en el *roll-over*. A continuación vamos a definir la cartera $MCOd_{tco}$ formada por la

rentabilidad del *IBEX 35 dividendos* y la cobertura con el precio teórico de su contrato de futuro⁷³, para comparar posteriormente su resultado con el obtenido con la cartera *MCO_{tco}*.

Siendo:

$$r_{IBEXd_t} = \frac{\ln I_{d_t}}{\ln I_{d_{t-1}}} \quad y \quad r_{\overline{FUTd}_t} = \frac{\ln \overline{F}_{d_t}}{\ln \overline{F}_{d_{t-1}}} \quad (4.39)$$

Donde los subíndices *d* indican que los precios de los índices y los futuros se refieren al índice IBEX 35 con dividendos y \overline{F}_{d_t} y $\overline{F}_{d_{t-1}}$ representan el precio teórico del futuro, en el día en el que se analiza el resultado de la cobertura y en el de su retardo diario anterior, según la fórmula:

$$\overline{F}_{d_t} = I_{d_t} (1 + I_{d_t} \cdot (T-t) \cdot r_{t,T}) \quad (4.40)$$

Realizamos la regresión por MCO para obtener *h* según:

$$r_{IBEXd_t} = \alpha + h r_{\overline{FUTd}_t} + e_t \quad (4.41)$$

Obteniendo un ratio de cobertura $h = 0.9988$ ⁷⁴

La cartera cubierta en base al ratio de cobertura de mínima varianza obtenido por MCO será:

$$r_{MCOd_{tco,t}} = r_{IBEXd_t} - 0.9988 r_{\overline{FUTd}_t} \quad (4.42)$$

⁷³ “Hipotético” contrato de futuros, ya que no existe un contrato sobre el IBEX 35 dividendos.

⁷⁴ Parámetros y estadísticos de la regresión completa en Anexo A.2

Según lo esperado, como se observa en la tabla (4.6) y el gráfico (4.8), la eficacia de la cartera cubierta MCO utilizando el precio del futuro teórico de la cartera de réplica del *IBEX 35 con dividendos* ($MCO_{d_{tco}}$: índice de rendimientos) mejora con respecto a la correspondiente al *IBEX 35* (MCO_{tco} : índice de precios), tanto en la eficacia de la cobertura, como en el rango de oscilación.

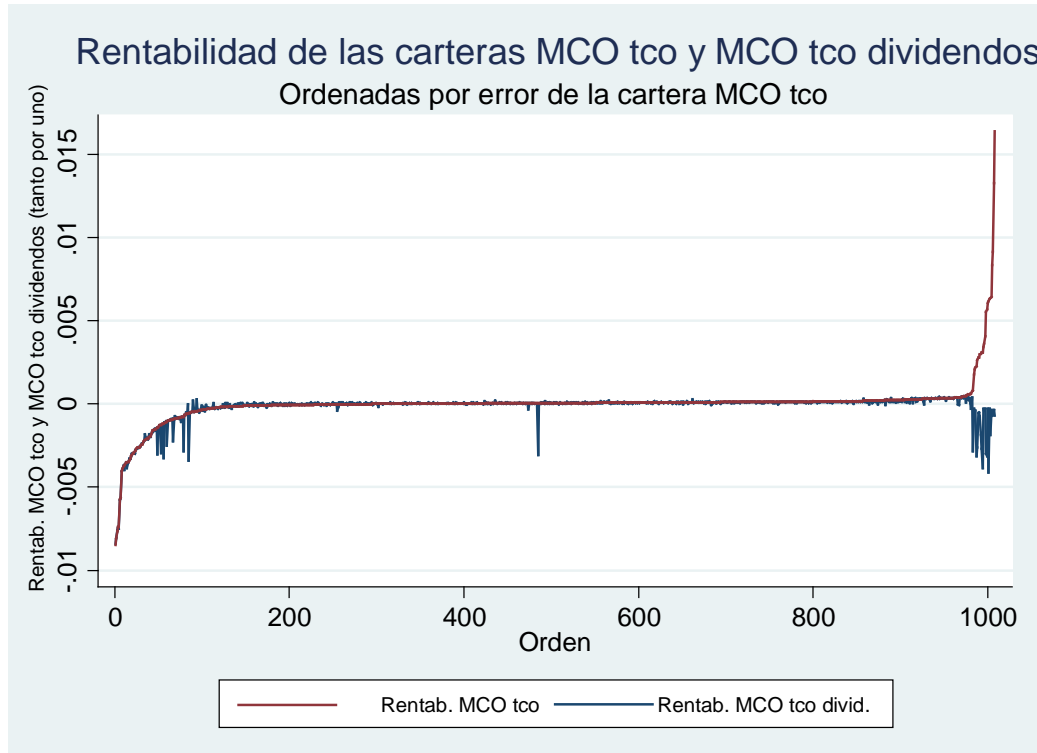
**Tabla 4. 6. Eficacia de la cobertura MCO y MAC según precio teórico del futuro
para índices de precios y de rendimientos**

	No cubierta (NC)	NC divid	MAC	MAC _{tco}	MAC _{d tco}	MCO _{tco}	MCO _{d tco}
Ratio de cobertura							
media			0.9991	0.9991	0.9991	0.9946	0.9988
máx			1	1	1	0.9946	0.9988
mín			0.9958	0.9958	0.9958	0.9946	0.9988
Rentabilidad de la cartera							
media	-0.0011	-0.03469	0.012	0.011	0.011	0.000	-0.019
máx	14.4350	12.61367	1.574	0.102	0.102	1.576	0.049
mín	-8.9556	-9.85738	-1.681	-0.045	-0.045	-0.848	-0.839
Eficacia de la cobertura							
Varianza r_p	0.0337538	0.0334502	0.0003549	0.0000015	0.0000015	0.0001681	0.0000844
Reducción varianza r_p sobre cartera no cubierta			98.949%	99.996%	99.996%	99.502%	99.748%

Nota: Varianzas y rentabilidades diarias en tanto por ciento

Fuente: elaboración propia

Gráfico 4. 8. Cartera cubierta MCO_{tco} y MCOd_{tco}



Fuente: elaboración propia

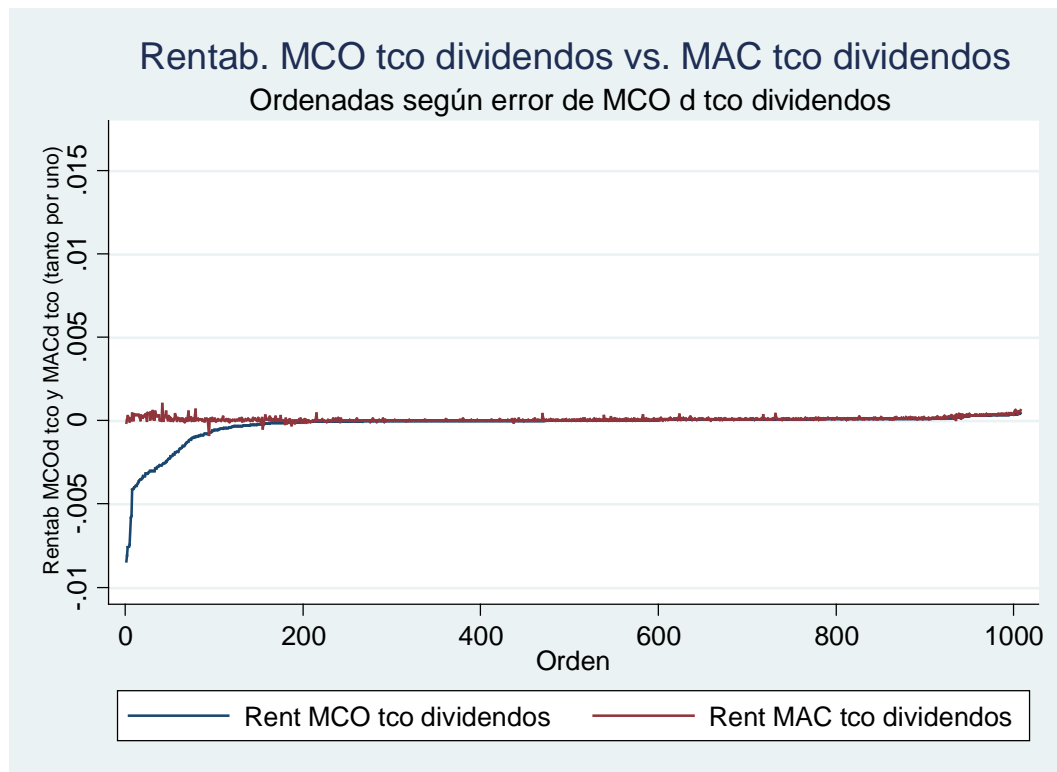
Por otra parte, el resultado de la cartera $r_{MACd\ tco,t}$ cuyo cálculo se realiza en base a los precios teóricos del futuro del índice de rendimientos, vendrá determinado por:

$$r_{MACd\ tco,t} = \frac{(I_{dt} - I_{dt-1}) - (\overline{F}_{dt} - \overline{F}_{dt-1})h_{t-1} - (R_{(d,T)} - R_{f(d,T)}) \cdot I_{dt-1}}{I_{dt-1}} \quad (4.43)$$

$$h_{t-1} = \frac{I}{R_{(t-1,T)}}$$

En el gráfico (4.9) podemos observar que en la cartera de cobertura resultante del ratio obtenido mediante la regresión por MCO del índice de rendimientos *IBEX 35 dividendos* y su futuro teórico (MCOd_{tco}), el efecto de los dividendos que existía en el modelo del índice de precios desaparece, pero aún persiste el efecto de los cambios abruptos en la base teórica motivados por el cambio en el importe de la capitalización hasta el vencimiento del próximo futuro que se produce en los *roll-overs* (cola de la izquierda).

Gráfico 4. 9. Modelos MCOd_{tco} y MACd_{tco} (índices de rendimientos)



Fuente: elaboración propia

Si ahora comparamos la eficacia de los modelos de cobertura para índices de rendimientos MCOd_{tco} y MACd_{tco} podemos observar que este último es superior, ya que la definición del modelo hace que se evite también el efecto de la cola de la izquierda descrito anteriormente (Ver tabla 4.6 y gráfico 4.9).

4.7 *Aplicación de los modelos MCO, ECM y GARCH al mercado español 2007-2010*

Las dos limitaciones teóricas del modelo algebraico de cobertura (MAC) que proponemos en esta tesis como alternativa a los modelos econométricos son:

1. Suponer que el mercado es eficiente, es decir, que el precio de mercado del futuro igual a su precio teórico y, por tanto, no existen incentivos al arbitraje. Hemos visto en el capítulo II que podemos considerar que este supuesto se cumple, en general, para el mercado español (2007-2010), pero en las excepciones de las observaciones en que no se cumpla la condición de no arbitraje, se introducirán errores.
2. Aplicar una fórmula teóricamente válida para coberturas con un horizonte temporal infinitesimal a coberturas con revisión diaria, lo cual incorpora desviaciones en el ratio de cobertura obtenido.

Sus ventajas:

1. Es fácil de aplicar.
2. Evita los *saltos* en la base teórica del futuro de próximo vencimiento que se producen en los cambios de fecha del próximo futuro (*roll-overs*) y en los días de pago de dividendos.
3. Se ha mostrado altamente eficaz, aportando una reducción de la varianza con respecto a la de la cartera no cubierta del 98,95% ⁷⁵, significativamente superior a la de los modelos econométricos analizados en la literatura financiera.

⁷⁵ Ver tabla 4.1

4. Al suponer un horizonte temporal infinitesimal, el modelo elimina la volatilidad como variable a tener en cuenta (ver ecuaciones 4.10 y 4.11), simplificando el análisis.

En cuanto a los modelos econométricos, en el apartado anterior hemos llevado a cabo un ejercicio cuyo objetivo era detectar los errores que la discontinuidad de la serie del precio futuro de próximo vencimiento introduce en sus resultados. Para ello hemos supuesto que el precio real del futuro en el mercado es igual a su precio teórico, eliminando así el efecto de las ineficiencias del mercado. Hemos demostrado que el modelo MCO presenta errores cuya magnitud depende de los *saltos* que se producen en la base teórica. Estos *saltos* se deben a los cambios en los dividendos pendientes de cobro hasta el próximo vencimiento del futuro, que afectan solo a índices de precios, y a la variación de la capitalización del contado hasta dicho vencimiento, que afecta tanto a los índices de precios como a los de rendimientos⁷⁶. Adicionalmente, los modelos econométricos debaten sobre el método más adecuado para modelizar las varianzas y covarianzas que se han de aplicar para obtener el ratio de cobertura de mínima varianza, llegando a diferentes resultados, según hemos podido comprobar en el análisis de la literatura financiera.

Con objeto de valorar el impacto de las ventajas e inconvenientes de cada uno de los modelos en la eficacia de la cobertura, vamos a aplicar a continuación los modelos MCO, ECM y GARCH⁷⁷ a la cobertura de la cartera de réplica del IBEX 35 para los cierres de precios diarios del periodo 2007-2010 del índice y del precio del futuro en el mercado. Posteriormente, compararemos los resultados con que se han obtenido para la misma serie aplicando el MAC⁷⁸.

⁷⁶ Parece razonable suponer que estos errores detectados en el modelo MCO se producirán también en el resto de los modelos econométricos, ya que no provienen del modelo en sí, sino de las deficiencias de la serie del futuro de próximo vencimiento que se utiliza.

⁷⁷ Cuyos principios teóricos se han descrito en el capítulo III.

⁷⁸ Ver capítulo IV.4.3

4.7.1 El modelo MCO

Siendo:

$$r_{IBEX_t} = \frac{\ln I_t}{\ln I_{t-1}} \quad y \quad r_{FUT_t} = \frac{\ln F_t}{\ln F_{t-1}} \quad (4.44)$$

Donde F_t y F_{t-1} representan el precio del futuro según su cotización en el mercado, en el día en el que se analiza el resultado de la cobertura y en el de su retardo diario anterior, al realizar la regresión por MCO obtenemos h según:

$$r_{IBEX_t} = \alpha + h r_{FUT_t} + e_t \quad (4.45)$$

Siendo el ratio de cobertura obtenido $h = 0.9908$ ⁷⁹

La cartera cubierta en base al ratio de cobertura de mínima varianza obtenido por MCO será:

$$r_{MCO_t} = r_{IBEX_t} - 0.9908 r_{FUT_t} \quad (4.46)$$

En la tabla (4.7) podemos observar el mejor comportamiento del modelo MAC con respecto al MCO, tanto en reducción de la varianza sobre la cartera no cubierta, como en el rango de oscilación. Los resultados de ambos modelos son peores en relación a obtenidos cuando utilizábamos el precio del futuro teórico, en lugar de su precio real de mercado, ya que en este caso estamos incorporando el efecto de las ineficiencias del mercado.

⁷⁹ Parámetros y estadísticos de la regresión completa en Anexo A.3

Tabla 4. 7. Comparación de la eficacia de la cobertura. Modelo MCO y MAC

	No cubierta (NC)	MAC	MCO
Ratio de cobertura			
<i>media</i>		0.9991	0.9908
<i>máx</i>		1	0.9908
<i>mín</i>		0.9958	0.9908
Rentabilidad de la cartera			
<i>media</i>	-0.0011	0.012	-0.001
<i>máx</i>	14.4350	1.574	2.887
<i>mín</i>	-8.9556	-1.681	-1.735
Eficacia de la cobertura			
Varianza r_p	0.0337538	0.0003549	0.0006335
Reducción varianza r_p sobre cartera no cubierta		98.949%	98.123%

Nota: Varianzas y rentabilidades diarias en tanto por ciento

Fuente: elaboración propia

4.7.2 El modelo ECM

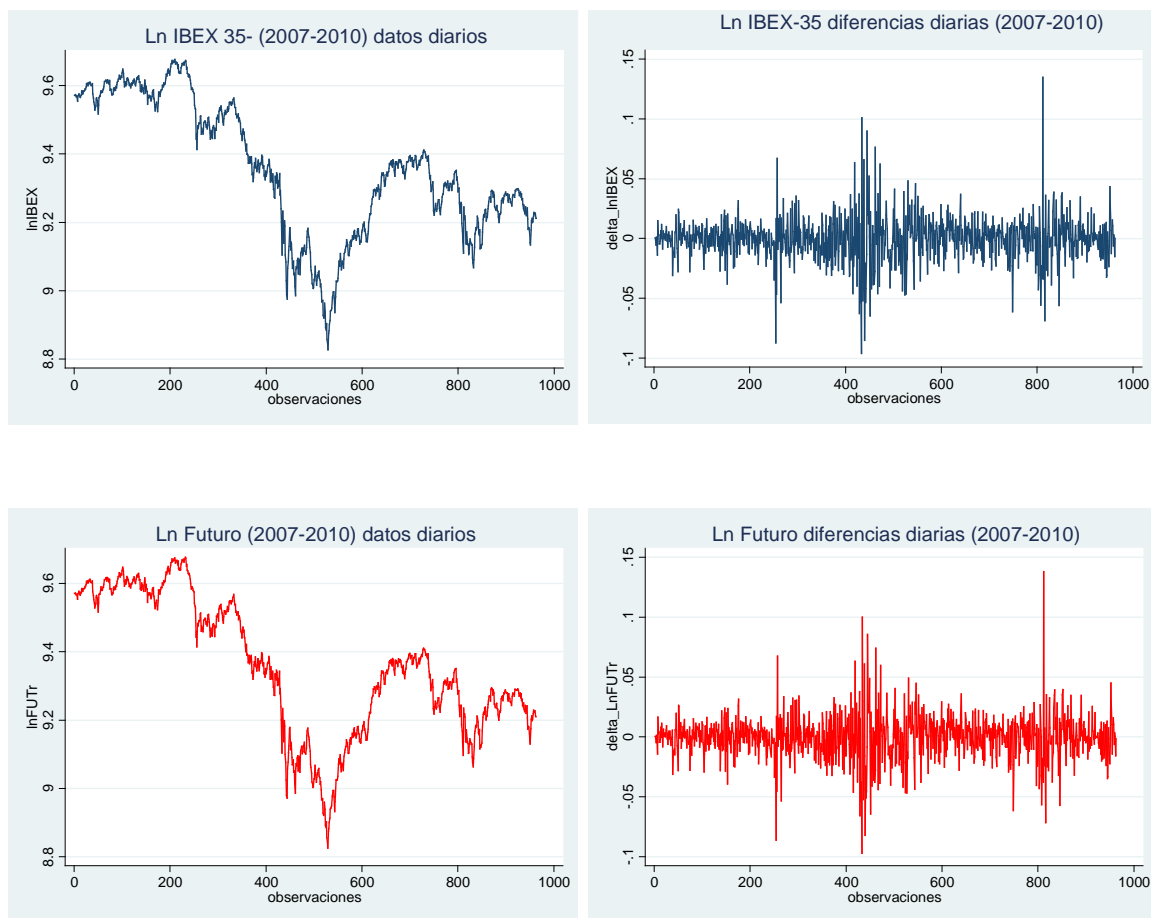
Para solucionar la primera limitación del modelo MCO, referida a su falta de respuesta a la cointegración de las series y a la modelización de la convergencia hacia el equilibrio a largo plazo de las series de precio del contado y del futuro, se introduce en el análisis del cálculo del ratio óptimo de cobertura el modelo ECM (Error Correction Model o Modelo de Corrección de Error)⁸⁰.

Como paso previo a la aplicación del modelo ECM debemos ver si las series del contado y del futuro están cointegradas. Tomaremos para la regresión las series de los logaritmos neperianos del precio del IBEX 35 y de la cotización de su futuro en el mercado, al ser la opción predominante en los trabajos disponibles en la literatura financiera.

⁸⁰ Ver capítulo III.4

La primera de las condiciones para que dos series estén cointegradas es que ambas sean $I(1)$, es decir, que la serie de niveles sea no estacionaria, pero que la sus primeras diferencias sí lo sean. En el gráfico (4.10) se observa que las series de niveles son no estacionarias, presentando distintos cambios de tendencia, en tanto que sus primeras diferencias aparentemente sí lo son.

Gráfico 4. 10. Series Ln IBEX-35 y Ln Futuro y sus respectivas primeras diferencias



Fuente: Elaboración propia

Para obtener una evidencia formal de la integración $I(1)$ de las series llevamos a cabo el test de raíces unitarias de Dickey-Fuller aumentado (ADF)⁸¹. Los estadísticos resultantes para la serie de niveles son: (-1.579) para *Ln Ibex 35* y (-1.575) para el *Ln Futuro*, inferiores en valores absolutos al valor crítico (-3.43) para un nivel de significación del 1%⁸². Para ambas

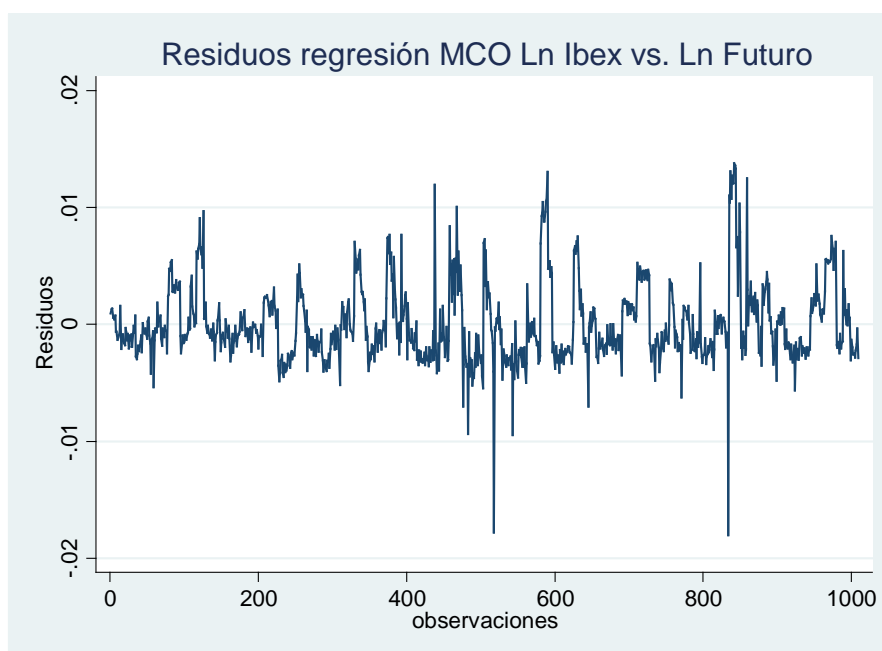
⁸¹ Augmented Dickey Fuller (ADF)

⁸² Fuller, 1996 p. 582.

series se acepta, por tanto, la hipótesis nula H_0 = Contiene raíz unitaria y, en consecuencia, es no estacionaria. En cuanto a las series de primeras diferencias, sus estadísticos respectivos son (-32.434) y (-32.155) son superiores en valor absoluto al valor crítico, rechazando la hipótesis H_0 y aceptando la hipótesis alternativa H_A = La serie es estacionaria.

La segunda condición es que exista una combinación lineal de ambas series que sea estacionaria de orden cero, lo que a juzgar por el gráfico de los residuos de la regresión $Ln IBEX 35_t = \alpha + \beta Ln Futuro_t + e_t$ parece que se cumple, según observamos en el gráfico (4.11)

Gráfico 4. 11. Residuos de la regresión por MCO de Ln Ibex 35 vs Ln Futuro



Para obtener evidencia formal de la estacionariedad de la combinación lineal, llevamos a cabo el test de Engle-Granger que consiste en aplicar el test de Dickey-Fuller a los residuos obtenidos de la regresión lineal por MCO de la combinación lineal de ambas series y evaluar

si éstos son estacionarios. Aplicando Dickey-Fuller a los residuos de la regresión ⁸³ obtenemos un estadístico de (-12.957) superior en valor absoluto a su valor crítico (-2.580) con un nivel de significación del 1%, por tanto, cabe rechazar la hipótesis H_0 de existencia de raíz unitaria y aceptar H_A = La serie es estacionaria ⁸⁴.

Por tanto, al cumplirse las dos condiciones de cointegración, podemos aplicar el modelo ECM, según habíamos definido en la ecuación (3.7), que, recordemos, tomaba la expresión:

$$\begin{aligned}\Delta \ln S_t &= \alpha + h \cdot \Delta \ln F_t + \lambda(tce_{t-1}) + e_t \\ \text{Siendo } tce_{t-1} &= (\ln S_{t-1} - a - b \ln F_{t-1}) \\ \ln \frac{S_t}{S_{t-1}} &= \alpha + h \cdot \ln \frac{F_t}{F_{t-1}} + \lambda(\ln S_{t-1} - a - b \ln F_{t-1}) + e_t \\ S^*_t &= \alpha + h F^*_t + \lambda(\ln S_{t-1} - a - b \ln F_{t-1}) + e_t\end{aligned}$$

Resolviendo los parámetros para nuestras series, tenemos⁸⁵:

$$S^*_t = -0.0420 + 0.9956 F^*_t - 0.1762 (\ln S_{t-1} - 0.0434 - 0.9955 \ln F_{t-1}) + e_t \quad (4.47)$$

Donde $h = 0.9958$ es el ratio de cobertura del modelo ECM que es superior al obtenido por MCO: $h = 0.9908$, en línea con los resultados obtenidos en el trabajo de Gosh (1993), en el que se define el modelo ECM, y en los trabajos posteriores de Aragón (2002) y Kenourgios (2008).

La cartera cubierta en base al ratio de cobertura de mínima varianza obtenido por ECM será:

$$r_{ECM_t} = r_{IBEX_t} - 0.9956 r_{FUT_t}$$

⁸³ Prescindiendo en este caso en la regresión de los residuos a la que se aplica Dickey-Fuller del término constante (Brooks , 2008 p. 339).

⁸⁴ Información completa de los estadísticos de los test Dickey-Fuller y Engle-Granger llevados a cabo para las series anteriores en Anexo A.4

⁸⁵ Análisis económicométrico ampliado en Anexo A.5

Como observamos en la tabla (4.8), el modelo ECM no supera al MAC y presenta resultados ligeramente inferiores en eficacia de la cobertura y amplitud el rango de oscilación al MCO, a pesar de ser aquél un modelo teórico más robusto.

Tabla 4. 8. Comparación de la eficacia de la cobertura. Modelo MCO, ECM y MAC

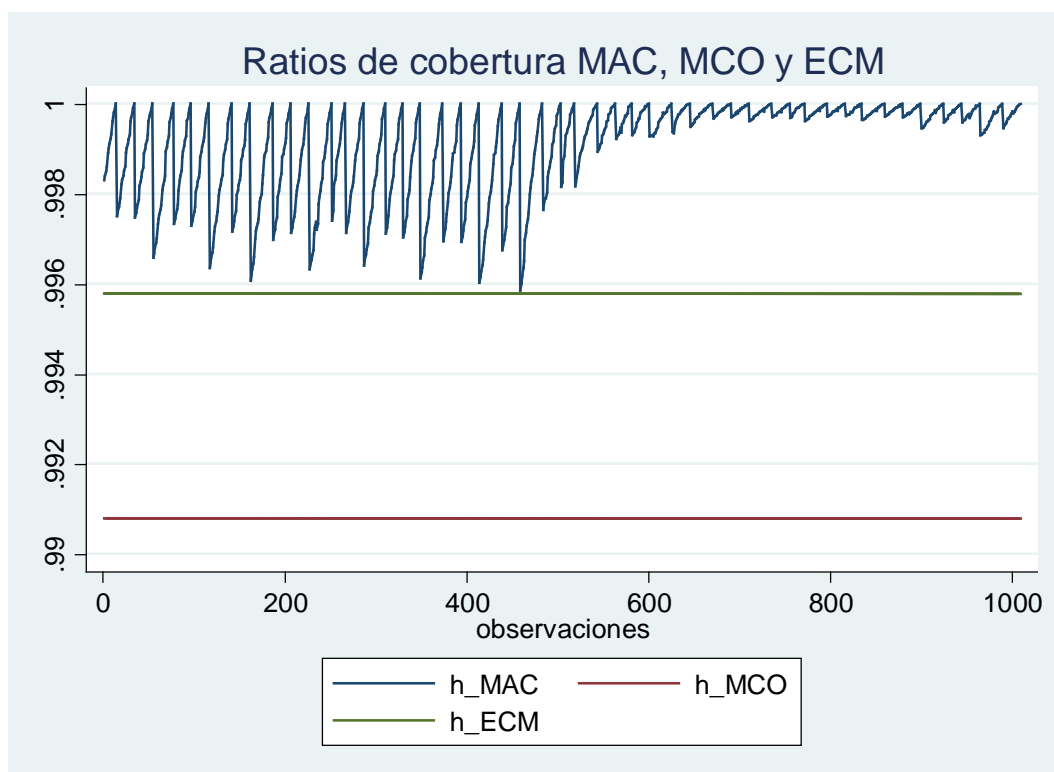
	No cubierta (NC)	MAC	MCO	ECM
Ratio de cobertura				
<i>media</i>		0.9991	0.9908	0.9956
<i>máx</i>		1	0.9908	0.9956
<i>mín</i>		0.9958	0.9908	0.9956
Rentabilidad de la cartera				
<i>media</i>	-0.0011	0.012	-0.001	0.000
<i>máx</i>	14.4350	1.574	2.887	2.904
<i>mín</i>	-8.9556	-1.681	-1.735	-1.732
Eficacia de la cobertura				
Varianza r_p	0.0337538	0.0003549	0.0006335	0.0006343
Reducción varianza r_p sobre cartera no cubierta		98.949%	98.123%	98.121%
<i>Nota: Varianzas y rentabilidades diarias en tanto por ciento</i>				

Fuente: elaboración propia

4.7.3 Los Modelos GARCH

La segunda de las limitaciones teóricas de los modelo MCO y ECM es que su aplicación supone considerar que las varianzas y covarianzas de las series de rentabilidad del contado y del futuro son constantes en el tiempo y, por tanto, que el ratio de cobertura también lo es. En el gráfico (4.12) representamos los resultados de los ratios de cobertura de los modelos analizados hasta ahora:

Gráfico 4. 12. Ratios de cobertura MAC, MCO y ECM. IBEX 35. (2007-2010)



Fuente: elaboración propia

Como vemos en el gráfico (4.12), los ratios de cobertura MCO y ECM son constantes en el tiempo, a diferencia del obtenido para el modelo MAC, que es dinámico.

Para poder aplicar los modelos GARCH deben cumplirse dos condiciones:

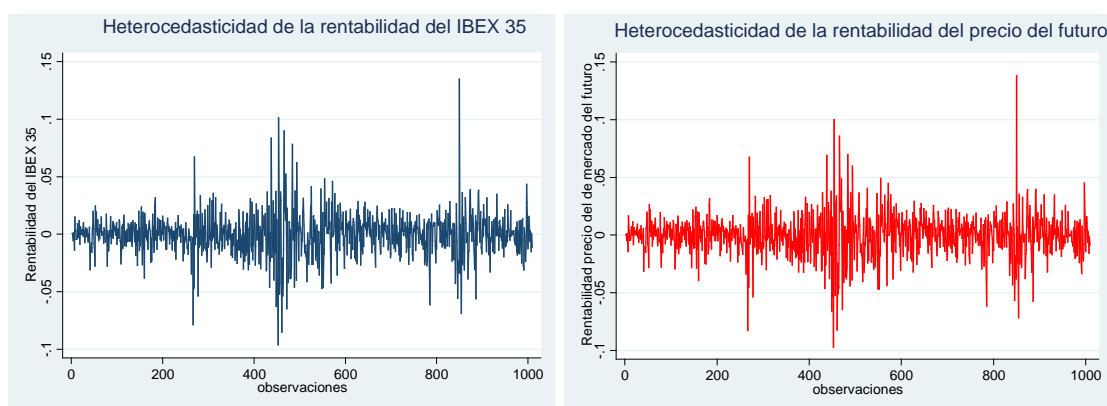
1. Existe heterocedasticidad en los residuos.
2. Hay efecto ARCH ⁸⁶

La propia dinámica de los mercados determina que la volatilidad de las series financieras oscile a lo largo del tiempo en función del grado de incertidumbre que incorpora la nueva información a la variación de sus precios. Las series de las rentabilidades del IBEX 35 y de su futuro que estamos analizando no son una excepción: como podemos ver en gráfico (4.13)

⁸⁶ La varianza depende de los residuos de observaciones anteriores.

ambas presentan heterocedasticidad y agrupamiento de volatilidad, al igual que la serie de los residuos de su regresión por MCO, como puede observarse en gráfico (4.14).

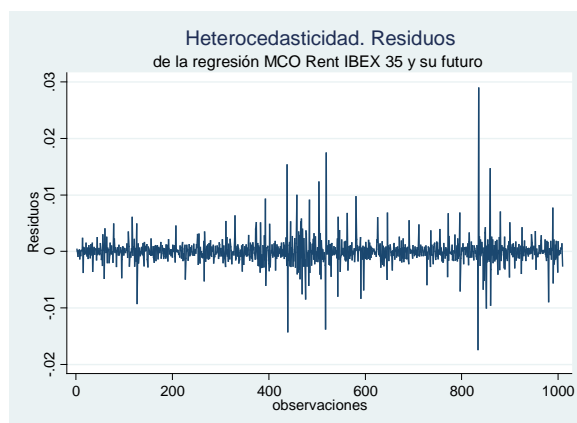
Gráfico 4. 13. Heterocedasticidad rentabilidades del IBEX 35 y de su futuro



Fuente: elaboración propia

Gráfico 4. 14. Heterocedasticidad.

Residuos de la regresión IBEX 35 vs. su futuro



Fuente: elaboración propia

Para evaluar de manera formal la heterocedasticidad, realizamos el test de Breusch-Pagan / Cook-Weisberg, obteniendo un $\chi^2=20.14$, $p > \chi^2= 0.0000$, para la hipótesis nula $H_0=$ *varianza constante*, por lo que rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la hipótesis alternativa $H_A=$ *existe heterocedasticidad*.

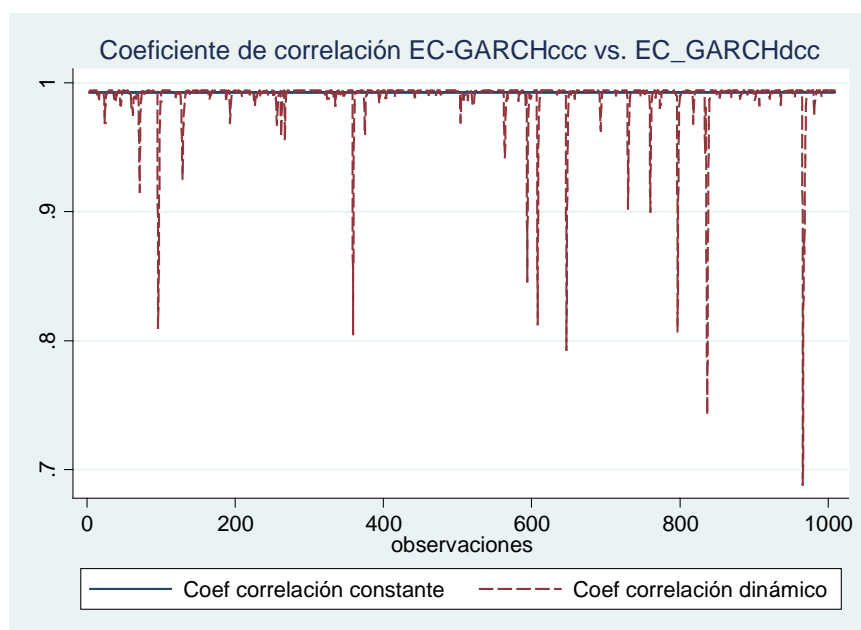
Para contrastar la existencia de efecto ARCH utilizamos el test del multiplicador de Lagrange en el que obtenemos un estadístico $\chi^2=102$, $p > \chi^2=0.0000$, para la hipótesis

nula $H_0 = \text{no existe efecto ARCH}$, por lo que rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la hipótesis alternativa $H_A = \text{existe efecto ARCH}$ ⁸⁷.

Una vez verificadas las condiciones necesarias para poder aplicar la modelización GARCH al cálculo del ratio de cobertura, vamos a aplicar a nuestra serie los modelos EC-MGARCH_(1,1) ccc y EC-MGARCH_(1,1) dcc⁸⁸.

La diferencia entre ambos modelos es que en el primero se supone correlación constante, mientras que en el segundo se relaja este supuesto permitiendo que el coeficiente de correlación varíe en el tiempo. El coeficiente de correlación del modelo constante es 0.9926, en tanto que en el modelo dinámico éste oscila en un rango de (0.6886 ; 0.9940) con una media de 0.9890 y una desviación estándar diaria de 0.0221.

**Gráfico 4. 15. Coeficientes de correlación de los modelo GARCH
de correlación constante y dinámica**



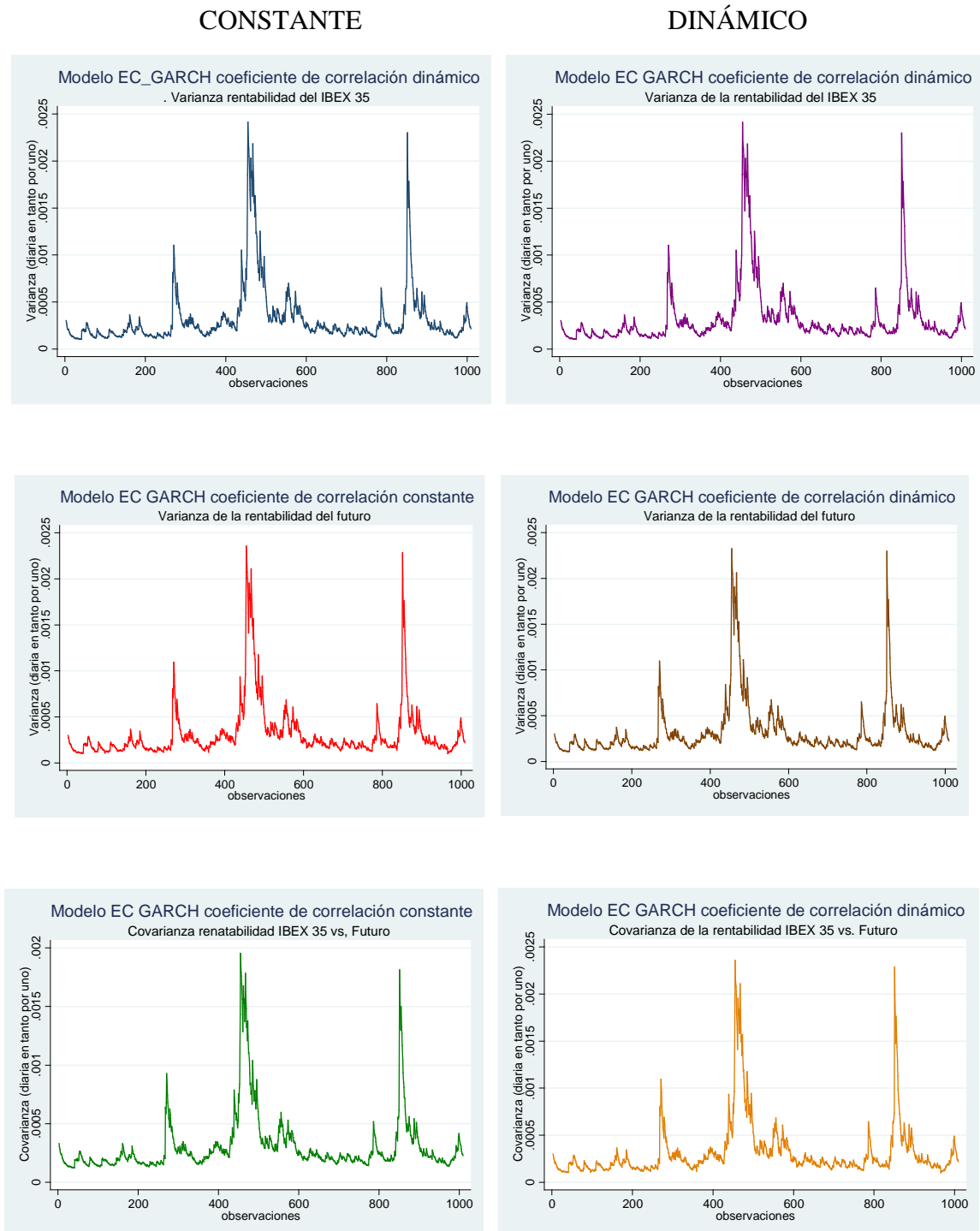
Fuente: elaboración propia

⁸⁷ Ver detalle de los estadísticos en Anexo A.6.

⁸⁸ Según los hemos definido en el capítulo III.5

En el gráfico (4.16) mostramos las varianzas y covarianzas de ambos modelos GARCH que utilizamos para el cálculo de los ratios de cobertura, que en este caso y a diferencia de los obtenidos para los modelos ECM y MCO son variables en el tiempo.

Gráfico 4. 16. Varianzas y covarianzas. Modelos EC GARCH correlación constante y dinámica



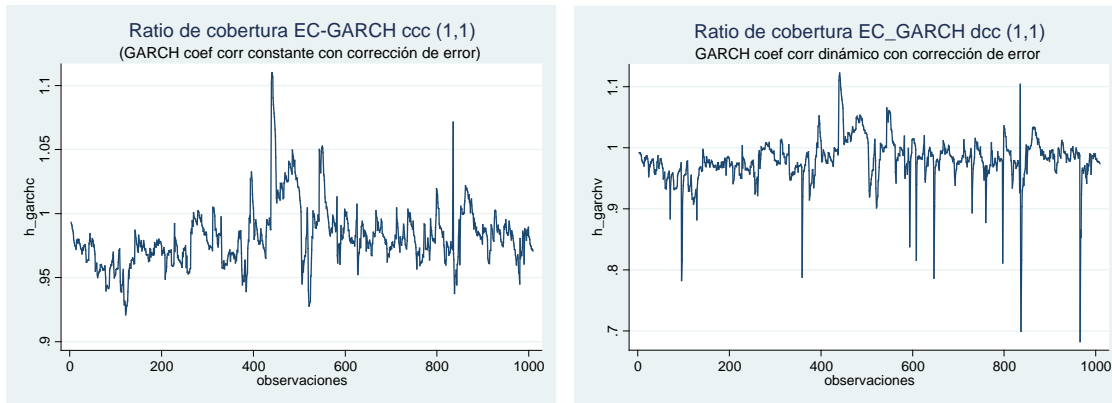
Fuente: elaboración propia

Los ratios de cobertura se obtienen según la ecuación (3.14)⁸⁹:

$$h_t = \frac{h_{sf,t}}{h_{f,t}^2}$$

Para ambas variantes de la metodología GARCH, se obtienen los ratios de cobertura dinámicos que presentamos en el gráfico (4.17)⁹⁰.

Gráfico 4. 17. Ratios de cobertura de los modelos GARCH de correlación constante y variable



Fuente: elaboración propia

La cartera cubierta en base al ratio de cobertura de mínima varianza obtenido para cada variante del modelo EC-GARCH, serán:

$$r_{GARCHc,t} = r_{IBEX_t} - h_{GARCHc,t} r_{FUT_t} \quad (4.48)$$

$$r_{GARCHd,t} = r_{IBEX_t} - h_{GARCHd,t} r_{FUT_t} \quad (4.49)$$

Donde los subíndices *c* y *d* refieren, respectivamente, a los modelos EC-MGARCH_(1,1) ccc y EC-MGARCH_(1,1) dcc

⁸⁹ Ver capítulo III.7.3

⁹⁰ Ver cuadro de principales estadísticos en Anexo A.8 y A.9.

Finalmente, presentamos en la tabla (4.10) un análisis comparativo de la eficacia de la cobertura entre los resultados del Modelo Algebraico de Cobertura (MAC) y los obtenidos con los cuatro modelos econométricos seleccionados, los más utilizados en la literatura financiera relacionada.

Tabla 4. 9. Eficacia de la cobertura del modelo MAC vs. modelos econométricos

	No cubierta (NC)	MAC	MCO	ECM	EC GARCH ccc(1,1)	EC GARCH dcc(1,1)
Ratio de cobertura						
<i>media</i>		0.9991	0.9908	0.9956	0.9816	0.9798
<i>máx</i>		1	0.9908	0.9956	1.1100	1.1225
<i>mín</i>		0.9958	0.9908	0.9956	0.9211	0.6825
Rentabilidad de la cartera						
<i>media</i>	-0.0011	0.012	-0.001	0.000	0.000	0.000
<i>máx</i>	14.4350	1.574	2.887	2.904	3.166	3.279
<i>mín</i>	-8.9556	-1.681	-1.735	-1.732	-1.746	-1.773
Eficacia de la cobertura						
Varianza r_p	0.0337538	0.0003549	0.0006335	0.0006343	0.0006517	0.0006669
Reducción varianza r_p sobre cartera no cubierta		98.949%	98.123%	98.121%	98.069%	98.024%

Nota: Varianzas y rentabilidades diarias en tanto por ciento

Fuente: elaboración propia

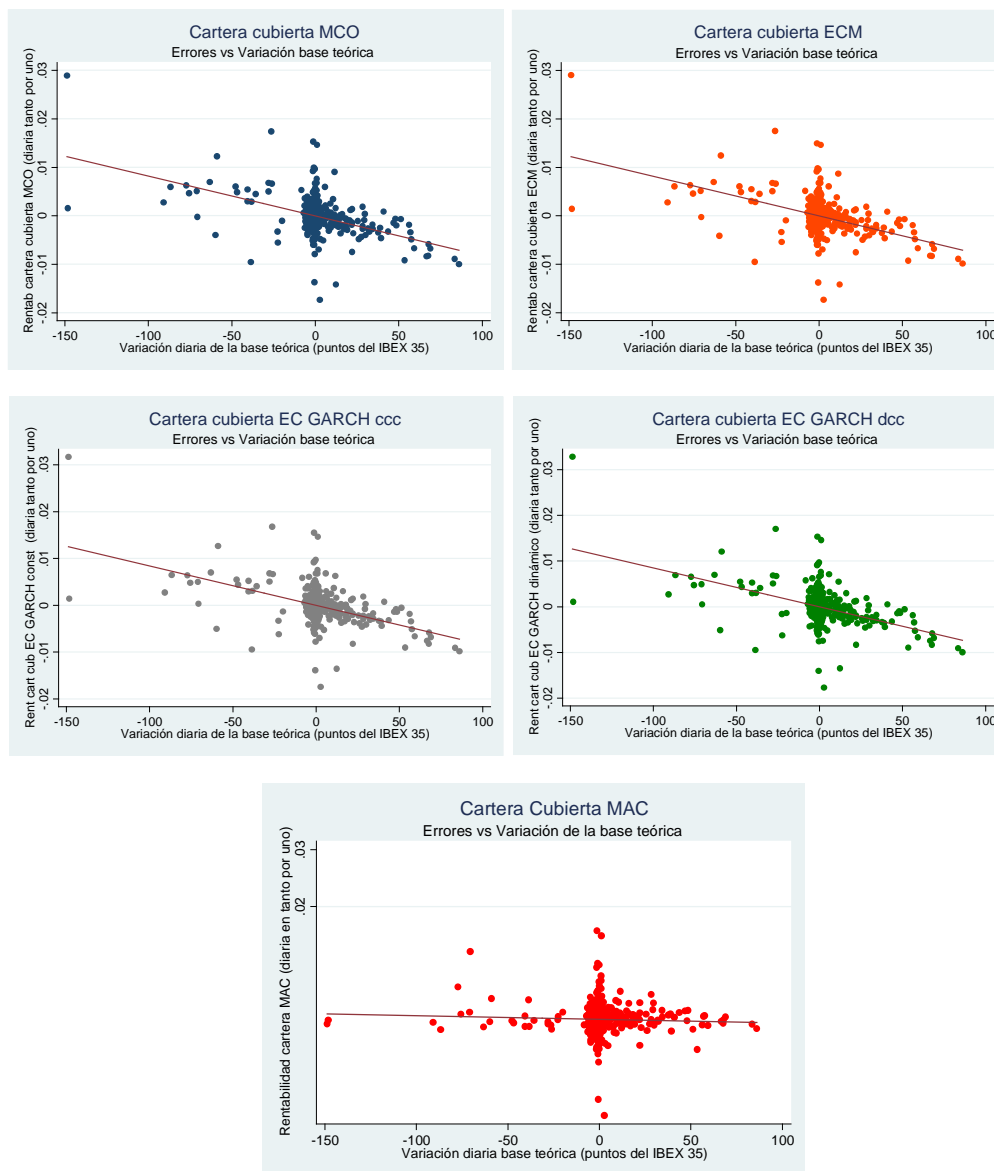
Como podemos observar en la tabla (4.10) todos los modelos presentan un alto grado de eficacia de la cobertura, si bien el MAC es claramente superior al resto.

Aunque la diferencia no es muy significativa, los modelos econométricos teóricamente más robustos presentan los peores resultados. Estos resultados están en línea con las conclusiones de algunos trabajos anteriores, como los de Sutcliffe (2006) o Aragón (2009), que indican que las ventajas de los modelos econométricos más sofisticados, en relación al modelo MCO, cuando existen, son poco relevantes.

En el gráfico (4.18) representamos el error diario de la cobertura de cada uno de los modelos analizados en relación a la variación diaria de la base teórica. Recordemos que en la base teórica se producen *saltos* derivados del cambio de variable al futuro de siguiente vencimiento en cada uno de los *roll-overs*, motivados por el efecto de capitalización del

contado hasta el próximo vencimiento (positivo) y por el de los dividendos pendientes de pago hasta el vencimiento siguiente (negativo)⁹¹.

Gráfico 4. 18. Los 4 modelos econométricos y el MAC. Error vs. Variación base teórica



Fuente: elaboración propia

Como puede observarse, los cuatro modelos econométricos presentan una distribución de los errores prácticamente idéntica y relacionada inversamente con la variación diaria de la base teórica, en tanto que el modelo MAC es independiente de las variaciones de dicha base.

⁹¹ Ver capítulo IV.5 y IV.6

Esto puede apoyar el argumento de que todos los modelos econométricos de cobertura obtengan resultados similares y que, el error cometido en relación a la cobertura perfecta, esté más bien relacionado con la serie del futuro de próximo vencimiento utilizada, que con las propias especificaciones del modelo.

Conclusiones del Capítulo IV

El Modelo Algebraico de Cobertura (MAC) que proponemos obtiene una formulación sorprendentemente sencilla cuando se asumen dos restricciones sobre el mundo real: el mercado es siempre eficiente y el horizonte temporal de la cobertura es *infinitesimal*. Según nuestro modelo el ratio de cobertura h es igual al factor de descuento hasta el vencimiento del próximo futuro, tanto para índices de rendimientos como para índices de precios. Siendo h en este caso:

$$h = \frac{1}{R_{(t,T)}}$$

El número de contratos N que hay que vender para optimizar la cobertura, se determina multiplicando h por el número de veces en el que el efectivo a cubrir sea superior al índice y se divide por el multiplicador del contrato del futuro.

$$N = \frac{1}{R_{(t,T)}} \frac{E_t}{I_t M}$$

Únicamente para las coberturas con futuros sobre índices de rendimientos (no así para los más habituales en el mercado, que son los de precios)⁹² esta fórmula puede expresarse como:

$$N = \frac{E_t}{F_t M}$$

⁹² Recordemos que, en la práctica, solo existen, para los principales mercados, futuros sobre índices de rendimientos para el DAX y el Bovespa

ya que solo en los índices de rendimientos se cumple que el precio del futuro es igual a la posición del contado capitalizada hasta el vencimiento al tipo de interés libre de riesgo del mercado monetario, $F_t = F_t \cdot R_{(t,T)}$, puesto que no es necesario realizar el ajuste de los dividendos pendientes hasta el vencimiento del próximo futuro.

A pesar de su sencillez, cuando aplicamos el modelo MAC al mundo real en el que existen ineficiencias en el mercado⁹³, y consideramos una cobertura con horizonte temporal diario, en lugar de *infinitesimal*, obtenemos un alto grado de eficacia de la cobertura⁹⁴ (cerca del 99%), superior al obtenido con los modelos econométricos, según vemos en la tabla (4.10)

Tabla 4. 9. Eficacia de la cobertura del modelo MAC vs. modelos econométricos

	No cubierta (NC)	MAC	MCO	MCE	EC GARCH ccc(1,1)	EC GARCH dcc(1,1)
Ratio de cobertura						
<i>media</i>		0.9991	0.9908	0.9956	0.9816	0.9798
<i>máx</i>		1	0.9908	0.9956	1.1100	1.1225
<i>mín</i>		0.9958	0.9908	0.9956	0.9211	0.6825
Rentabilidad de la cartera						
<i>media</i>	-0.0011	0.012	-0.001	0.000	0.000	0.000
<i>máx</i>	14.4350	1.574	2.887	2.904	3.166	3.279
<i>mín</i>	-8.9556	-1.681	-1.735	-1.732	-1.746	-1.773
Varianza r_p	0.0337538	0.0003549	0.0006335	0.0006343	0.0006517	0.0006669
Reducción varianza r_p sobre cartera no cubierta		98.949%	98.123%	98.121%	98.069%	98.024%

Nota: Varianzas y rentabilidades diarias en tanto por ciento

Fuente: elaboración propia

⁹³ Aunque hemos demostrado que podemos considerar que el mercado español es eficiente durante el periodo 2007-2010, esto no quiere decir que lo sea en todas y cada una de las observaciones de la serie.

⁹⁴ Medida como la reducción porcentual de la varianza de la cartera cubierta en relación a la de la cartera sin cubrir.

Los modelos econométricos MCO, ECM y GARCH presentan en la práctica resultados similares y parten todos ellos de series temporales *del precio del futuro de próximo vencimiento* que introducen distorsiones derivadas de la discontinuidad en la serie del futuro. La composición de la serie del futuro mediante tramos heterogéneos *encadenados* afecta, en los cambios de contrato⁹⁵ al componente los dividendos pendientes de pago hasta vencimiento y al de la capitalización del contado, generando cambios abruptos en la base teórica y en el precio del futuro que no se corresponden con la evolución el mercado.

Cuando comparamos precios de futuros de distinto vencimiento en la serie de futuros sobre índices de precios, se producen *saltos* bruscos en el precio del futuro motivados por la diferencia de los dividendos pendientes hasta el vencimiento del próximo futuro, los dividendos pendientes de cobro aumentan con el cambio de referencia del contrato de próximo vencimiento y el precio del futuro disminuye. Estas variaciones no tienen contrapartida en la cotización del índice.

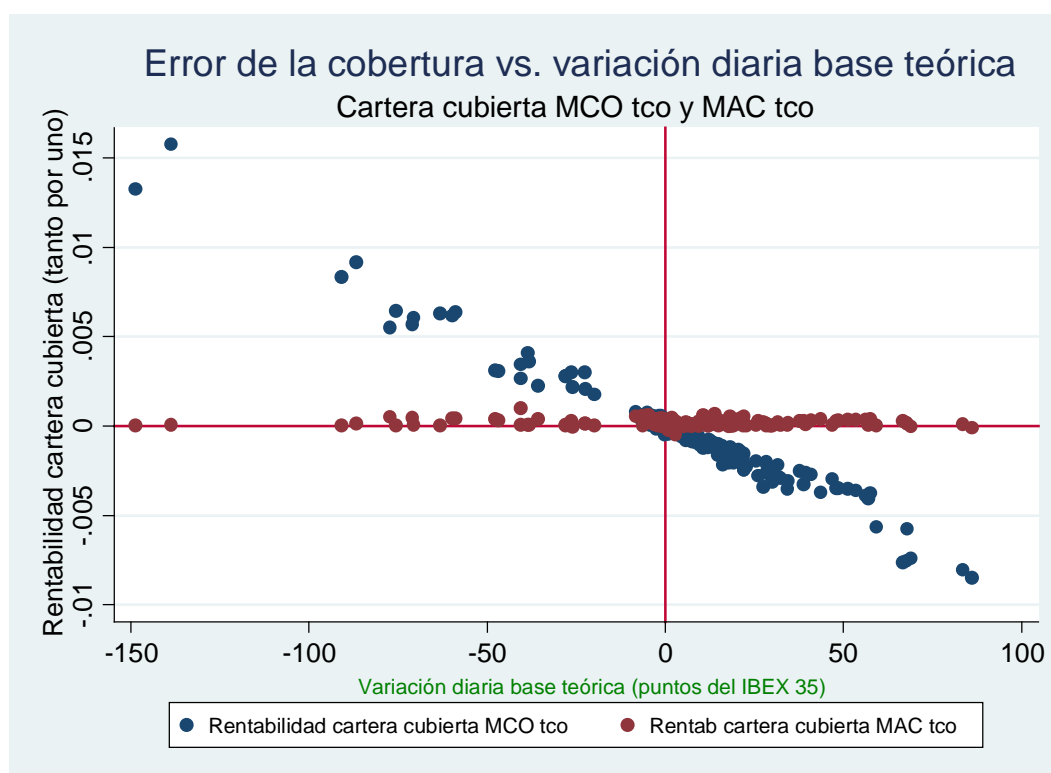
Aun en ausencia del efecto de los dividendos, por lo que es aplicable tanto a las series de futuros de índices de precios como de rendimientos, se produce otra distorsión que resulta de la aplicación de distintos plazos y tipos de interés a los dos futuros de la serie que se comparan, que tienen referencias de vencimiento distinto.

Otra deficiencia de las series utilizadas en los modelos econométricos de índices de precios proviene de la disminución artificial que se produce en la cartera del contado cuando se cobran dividendos. Los índices de precios no incorporan los dividendos cobrados, que son parte del rendimiento de la cartera de renta variable. Por ello, incluso relacionando el precio entre dos puntos de la serie del precio del futuro del mismo vencimiento para índices de precios, cuando se produce un pago de dividendo el índice lo descuenta y se produce una variación en el índice que no tiene contrapartida en el precio del futuro.

⁹⁵ Fecha del roll-over cuando se cierra el contrato que vence y se abre el de vencimiento siguiente

Para identificar los errores propios de los modelos utilizados y separarlos de los que se producen por la ineficiencia del mercado, hemos introducido una técnica, que hasta donde sabemos no ha sido aplicada con anterioridad, que consiste en utilizar en el análisis el precio teórico del futuro, en lugar de su precio real. En el gráfico (4.7) relacionamos los errores de la cobertura de los modelos *MCO tco* y *MAC tco*, con los cambios en la base teórica diaria.

Gráfico 4. 7. Error de la cobertura MCO tco y MAC tco vs. Variación de la base tca.



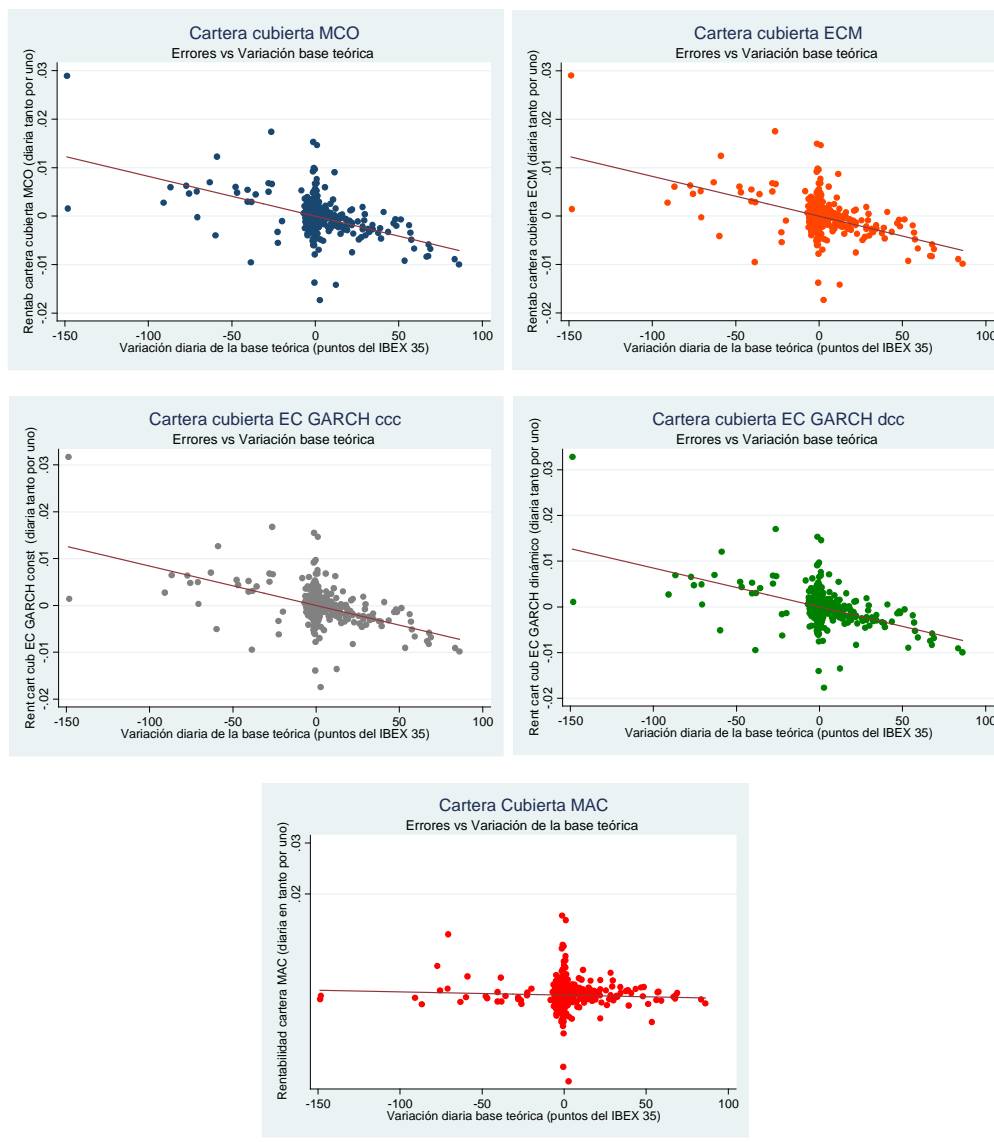
Fuente: elaboración propia

Como puede observarse, el error del modelo *MAC tco* es mínimo, en tanto que el del modelo *MCO tco* es claramente dependiente de la variación diaria de la base teórica, es decir, de los *saltos* motivados por el cambio al contrato de siguiente vencimiento y por los pagos de dividendos no registrados en la cartera índice.

Cuando en lugar de utilizar el precio teórico del futuro usamos en el análisis su precio real en el mercado, incorporando en este caso el efecto de la ineficiencia del mercado,

y extendemos el análisis al resto de los modelos econométricos, llegamos a las mismas conclusiones, como puede observarse en el gráfico (4.18).

Gráfico 4. 18. Los 4 modelos econométricos y el MAC. Error vs. Variación base teórica



Fuente: elaboración propia

Hasta lo que sabemos, el modelo MAC supone una aproximación innovadora en el tratamiento del tema de la tesis y supera a los métodos econométricos en eficacia de los resultados y en simplicidad en su aplicación práctica a la gestión de carteras.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES, FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN Y SUGERENCIAS AL MERCADO

CONCLUSIONES DE LA TESIS

El objetivo principal de esta tesis ha sido desarrollar un modelo de cobertura de carteras índice de renta variable con futuros sobre índices bursátiles, que sea alternativo a los econométricos y más eficaz y simple en su aplicación en la práctica profesional de la gestión de carteras. El desarrollo de este Modelo Algebraico de Cobertura (MAC) parte del cumplimiento del modelo *cost of carry*, es decir, de la ausencia de arbitraje entre el contado y el futuro a fin de día y de la aplicación de una cobertura dinámica con horizonte temporal diario. Para el trabajo empírico sobre el mercado español (2007-2010), nuestro análisis comienza con la demostración de la eficiencia del mercado entre el precio del contado y su futuro y continúa con la aplicación del modelo MAC, cuya eficacia de la cobertura es cercana al 99%, superior a la de los modelos econométricos más utilizados en trabajos anteriores. Exponemos a continuación las conclusiones de nuestro trabajo de investigación.

CONCLUSIONES SOBRE EL PRECIO TEÓRICO DEL FUTURO Y LA CONDICIÓN DE NO ARBITRAJE

1. Los resultados de los trabajos analizados en la literatura, en relación al cumplimiento de la condición de no arbitraje entre el contado y el futuro al cierre diario del mercado, apuntan en la dirección de la hipótesis de que la diferencia entre el precio real de cotización del futuro y su precio teórico se acercan a cero en la medida en que el mercado es más maduro.
2. En el análisis del cumplimiento del modelo *cost of carry* para el mercado español (2007-2010) obtenemos unas diferencias en términos de media de los errores porcentuales (MPE) del (- 0.04%), con una distribución de frecuencias altamente concentrada en torno al 0%. Estos resultados permiten aceptar la hipótesis de que no existen diferencias de alcance entre el precio teórico del futuro sobre el IBEX 35 y su cotización en el mercado a fin de día.

Por tanto, podemos concluir que se cumple el modelo cost of carry en el mercado español para las cotizaciones a fin de día para el periodo 2007-2010

CONCLUSIONES SOBRE LOS MODELOS ECONÓMÉTRICOS DE COBERTURA CON FUTUROS SOBRE ÍNDICES BURSÁTILES: MARCO TEÓRICO Y REVISIÓN DE LA LITERATURA FINANCIERA

3. Los modelos de corrección de error (ECM) y de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada (GARCH) han mejorado las deficiencias en las especificaciones del modelo de mínimos cuadrados ordinarios (MCO), que no trata de manera adecuada el efecto de cointegración entre las series de precios del contado y del futuro, ni el dinamismo de la volatilidad en el tiempo. Nuestra conclusión principal sobre el análisis de la literatura financiera relacionada con el cálculo del ratio óptimo de cobertura está en línea con la de Sutcliffe (2006 p 283-298), que llevó a cabo una revisión de la literatura sobre el ratio de cobertura que minimiza el riesgo para carteras índice y no índice. En sus conclusiones sobre el análisis de 73 trabajos que utilizan metodología econométrica indica: “... *no parece que haya diferencias sustanciales en la eficacia de la cobertura cuando el método de estimación del ratio de mínimo riesgo se cambia de MCO a GARCH o a ECM*” ⁹⁶.
4. La eficacia de la cobertura obtenida con los distintos modelos ha mejorado a medida que los mercados de futuros han ido madurando.
5. Los trabajos que realizan una comparación de la eficacia de la cobertura en función del horizonte temporal con diferentes modelos econométricos, concluyen que los resultados son mejores cuanto mayor sea el plazo previsto de la cobertura.

⁹⁶ Texto original “ ...there do not appear to be substantial differences in hedging effectiveness as the estimation method of the risk-minimizing ratio is changed from OLS to GARCH to ECM...”

CONCLUSIONES SOBRE EL MODELO ALGEBRAICO DE COBERTURA (MAC) PARA CARTERAS ÍNDICE DE RENTA VARIABLE.

6. El Modelo Algebraico de Cobertura (MAC) que proponemos obtiene una formulación sorprendentemente sencilla cuando se asumen dos restricciones sobre el mundo real: el mercado es siempre eficiente y el horizonte temporal de la cobertura es *infinitesimal*. Según nuestro modelo el ratio de cobertura h es igual al factor de descuento hasta el vencimiento del próximo futuro, tanto para índices de rendimientos como para índices de precios. Siendo h en este caso:

$$h = \frac{1}{R_{(t,T)}}$$

El número de contratos N que hay que vender para optimizar la cobertura, se determina multiplicando h por el número de veces en el que el efectivo a cubrir sea superior al índice y se divide por el multiplicador del contrato del futuro.

$$N = \frac{1}{R_{(t,T)}} \frac{E_t}{I_t M}$$

Únicamente para las coberturas con futuros sobre índices de rendimientos (no así para los más habituales en el mercado, que son los de precios)⁹⁷ esta fórmula puede expresarse como:

$$N = \frac{E_t}{F_t M}$$

ya que solo en los índices de rendimientos se cumple que el precio del futuro es igual a la posición del contado capitalizada hasta el vencimiento al tipo de interés libre de

⁹⁷ Recordemos que, en la práctica, solo existen, para los principales mercados, futuros sobre índices de rendimientos para el DAX y el Bovespa

riesgo del mercado monetario, $F_t = F_t \cdot R =_{(t,T)}$, puesto que no es necesario realizar el ajuste de los dividendos pendientes hasta el vencimiento del próximo futuro.

7. A pesar de su sencillez, cuando aplicamos el modelo MAC al mundo real en el que existen ineficiencias en el mercado⁹⁸, y consideramos una cobertura con horizonte temporal diario, en lugar de *infinitesimal*, obtenemos un alto grado de eficacia de la cobertura ⁹⁹(cerca del 99%), superior al obtenido con los modelos econométricos, según vemos en la tabla (4.9).

Tabla 4. 9. Eficacia de la cobertura del modelo MAC vs. modelos econométricos

	No cubierta (NC)	MAC	MCO	MCE	EC GARCH ccc(1,1)	EC GARCH dcc(1,1)
Ratio de cobertura						
<i>media</i>		0.9991	0.9908	0.9956	0.9816	0.9798
<i>máx</i>		1	0.9908	0.9956	1.1100	1.1225
<i>mín</i>		0.9958	0.9908	0.9956	0.9211	0.6825
Rentabilidad de la cartera						
<i>media</i>	-0.0011	0.012	-0.001	0.000	0.000	0.000
<i>máx</i>	14.4350	1.574	2.887	2.904	3.166	3.279
<i>mín</i>	-8.9556	-1.681	-1.735	-1.732	-1.746	-1.773
Varianza r_p	0.0337538	0.0003549	0.0006335	0.0006343	0.0006517	0.0006669
Reducción varianza r_p sobre cartera no cubierta		98.949%	98.123%	98.121%	98.069%	98.024%

Nota: Varianzas y rentabilidades diarias en tanto por ciento

Fuente: elaboración propia

⁹⁸ Aunque hemos demostrado que podemos considerar que el mercado español es eficiente durante el periodo 2007-2010, esto no quiere decir que lo sea en todas y cada una de las observaciones de la serie.

⁹⁹ Medida como la reducción porcentual de la varianza de la cartera cubierta en relación a la de la cartera sin cubrir.

8. Los modelos econométricos MCO, ECM y GARCH presentan en la práctica resultados similares y parten todos ellos de series temporales *del precio del futuro de próximo vencimiento* que introducen distorsiones derivadas de la discontinuidad en la serie del futuro. La composición de la serie del futuro mediante tramos heterogéneos *encadenados* afecta, en los cambios de contrato¹⁰⁰ al componente los dividendos pendientes de pago hasta vencimiento y al de la capitalización del contado, generando cambios abruptos en la base teórica y en el precio del futuro que no se corresponden con la evolución el mercado.

Cuando comparamos precios de futuros de distinto vencimiento en la serie de futuros sobre índices de precios, se producen saltos bruscos en el precio del futuro motivados por la diferencia de los dividendos pendientes hasta el vencimiento del próximo futuro, los dividendos pendientes de cobro aumentan con el cambio de referencia del contrato de próximo vencimiento y el precio del futuro disminuye. Estas variaciones no tienen contrapartida en la cotización del índice.

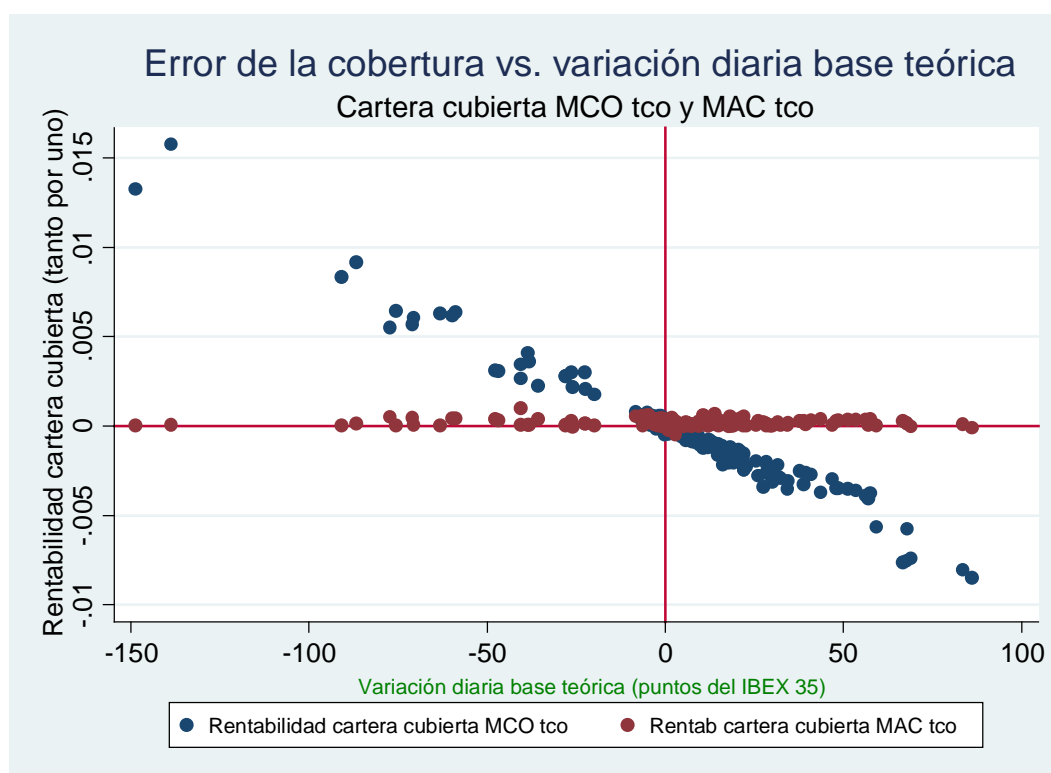
Aun en ausencia del efecto de los dividendos, por lo que es aplicable tanto a las series de futuros de índices de precios como de rendimientos, se produce otra distorsión que resulta de la aplicación de distintos plazos y tipos de interés a los dos futuros de la serie que se comparan, que tienen referencias de vencimiento distinto.

Otra deficiencia de las series utilizadas en los modelos econométricos de índices de precios proviene de la disminución artificial que se produce en la cartera del contado cuando se cobran dividendos. Los índices de precios no incorporan los dividendos cobrados, que son parte del rendimiento de la cartera de renta variable. Por ello, incluso relacionando el precio entre dos puntos de la serie del precio del futuro del mismo vencimiento para índices de precios, cuando se produce un pago de dividendo el índice lo descuenta y se produce una variación en el índice que no tiene contrapartida en el precio del futuro.

¹⁰⁰ Fecha del roll-over cuando se cierra el contrato que vence y se abre el de vencimiento siguiente

Para identificar los errores propios de los modelos utilizados y separarlos de los que se producen por la ineficiencia del mercado, hemos introducido una técnica, que hasta donde sabemos no ha sido aplicada con anterioridad, que consiste en utilizar en el análisis el precio teórico del futuro, en lugar de su precio real. En el gráfico (4.7) relacionamos los errores de la cobertura de los modelos *MCO tco* y *MAC tco*, con los cambios en la base teórica diaria.

Gráfico 4. 7. Error de la cobertura MCO tco y MAC tco vs. Variación de la base tca.

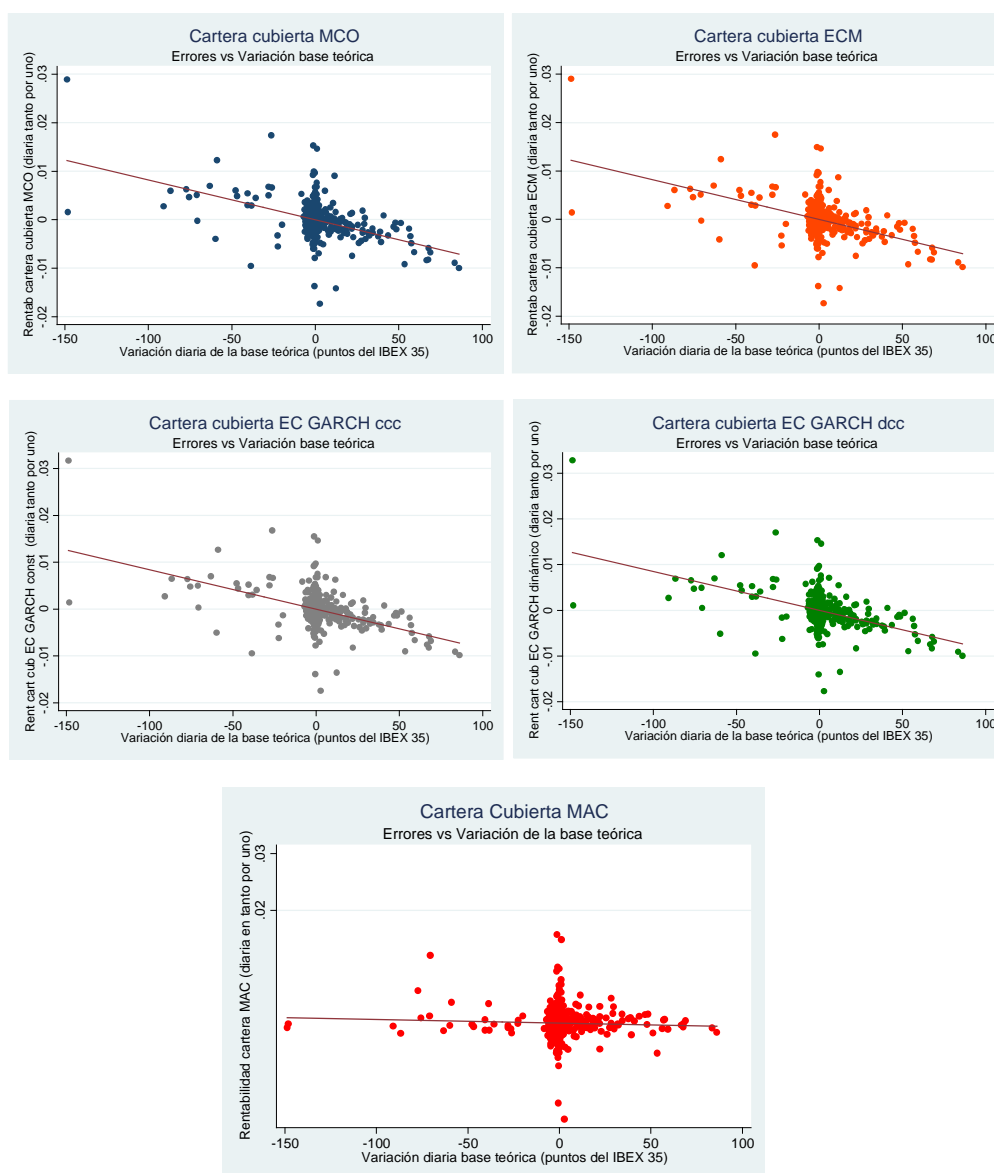


Fuente: elaboración propia

Como puede observarse, el error del modelo *MAC tco* es mínimo, en tanto que el del modelo *MCO tco* es claramente dependiente de la variación diaria de la base teórica, es decir, de los *saltos* motivados por el cambio al contrato de siguiente vencimiento y por los pagos de dividendos no registrados en la cartera índice.

Cuando en lugar de utilizar el precio teórico del futuro usamos en el análisis su precio real en el mercado, incorporando en este caso el efecto de la ineficiencia del mercado, y extendemos el análisis al resto de los modelos econométricos, llegamos a las mismas conclusiones, como puede observarse en el gráfico (4.18)

Gráfico 4. 19. Los 4 modelos econométricos y el MAC. Error vs. Variación base teórica



Fuente: elaboración propia

CONCLUSION FINAL

El Modelo Algebraico de Cobertura (MAC) que proponemos y desarrollamos en esta tesis supone una alternativa a los modelos econométricos aplicados hasta la fecha para el cálculo del ratio óptimo de cobertura de una cartera índice de renta variable con su contrato de futuros. Para la muestra del mercado español (2007-2010) sus resultados son superiores a los de los modelos MCO, ECM y GARCH, tanto en el grado de eficacia de la cobertura, como en su sencillez de aplicación a la práctica profesional de la gestión de carteras.

LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN A DESARROLLAR

Avanzando un paso más, sería de interés académico y profesional profundizar en la cobertura con futuros de carteras que no repliquen el índice. Partiendo del ratio de cobertura h que hemos definido en esta tesis y que relaciona la variación del índice al contado y de su futuro y siendo β ¹⁰¹ la media ponderada de las betas de los activos que componen la cartera, tendríamos:

$$N = \beta h \frac{E_t}{I_t M}$$

Intuimos que la limitación del resultado de la aplicación de esta fórmula podrá venir del hecho de que las betas individuales de los valores proceden de regresiones lineales del histórico de rendimientos de largo plazo, cuyo comportamiento efectivo en un corto plazo puede diferir, es decir, que las betas realmente observadas difieran de las históricas.

Sin duda, serán también valiosos los resultados que se obtengan de la aplicación de la metodología de esta tesis a otros índices bursátiles. En principio, cabe pensar que el efecto de los dividendos en índices con menor concentración de pago de dividendos, será menor y que el efecto del cambio en la capitalización del contado hasta vencimiento será mayor en el resto de los índices bursátiles, que a diferencia del IBEX 35, tienen vencimientos trimestrales, en lugar de mensuales.

¹⁰¹ Según el Capital Asset Pricing Model (CAPM). Ver Sharpe (1964)

SUGERENCIAS AL MERCADO Y A LOS GESTORES DE CARTERAS

La primera de las sugerencias va dirigida a los responsables de los Mercados de Futuros, recomendándoles que estudien la conveniencia de crear y utilizar índices y futuros sobre índices de rendimientos en los principales mercados bursátiles, en lugar de tomar como referencia los índices de precios. Encontramos en ello tres ventajas:

1. El índice de rendimientos representa mejor la revalorización de la bolsa, ya que no es necesario añadir al índice de precios de referencia el dividendo cobrado y no incluido en el índice.
2. Un índice de rendimientos facilita la operativa de los ETFs ¹⁰², fondos cotizados que suelen replicar un índice. Cuando el ETF replica un índice de precios, el gestor puede verse obligado a distribuir dividendos para no perder el trazado del índice. Esto conlleva ineficiencias operativas para el gestor y fiscales para el perceptor de los dividendos.
3. Si se quieren utilizar métodos econométricos para las estrategias de cobertura de carteras, la cobertura con futuros sobre índices de rendimientos evita, como hemos demostrado, gran parte de los errores del modelo (los relativos a los efectos de la distribución de dividendos).

La segunda, dirigida a los profesionales, es que valoren la conveniencia de utilizar el modelo MAC de cobertura en la gestión de sus carteras, sustentando nuestra sugerencia en tres motivos:

1. Nuestro modelo parte de una premisa natural, que es la de que el gestor no tiene que predecir con antelación el horizonte temporal de la cobertura. Cubre su cartera

¹⁰² Exchange Trade Funds (fondos cotizados en bolsa)

- diariamente y revisa el número de contratos necesarios en función del ratio h que proponemos.
2. Evita las limitaciones de los modelos econométricos derivadas de la discontinuidad de la serie *precio del futuro de próximo vencimiento*, que se construye encadenando futuros de distinto vencimiento y naturaleza y que genera *saltos* que se producen por el efecto de la distribución de dividendos y la capitalización del contado hasta vencimiento del próximo futuro.
 3. Es sencillo de aplicar y altamente eficaz en su resultados.

BIBLIOGRAFÍA

ARTICULOS

Ang, A., & Chen, J. (2002). Asymmetric correlations of equity portfolios. *Journal of Financial Economics*, 63(3), 443-494.

Alexander, C., & Barbosa, A. (2008). Hedging index exchange traded funds. *Journal of Banking & Finance*, 32(2), 326-337.

Alizadeh, A., & Nomikos, N. (2004). A Markov regime switching approach for hedging stock indices. *Journal of Futures Markets*, 24(7), 649-674.

Aragó, V. (2000). Cobertura dinámica con contratos de futuro sobre índices bursátiles. *Tesis doctoral. Universidad Jaume I de Castellón*

Aragó, V. (2009). Teorías sobre coberturas con contratos de futuro. *Cuadernos de Economía*, 28(50), 2009.

Aragó, V. y Fernández, A. (2002) Cobertura con Contratos de Futuro. *Revista de Economía Aplicada*. Vol. 10, No 28, pp. 39-62.

Aragó, V. y Salvador, E. (2011). Sudden changes in variance and time varying hedge ratios. *European Journal of Operational Research*, 215(2), 393-403.

Baba, Y., Engle, R. F., Kraft, D. F., & Kroner, K. F. (1991). Multivariate simultaneous generalized ARCH. *Unpublished manuscript, Department of Economics, University of California, San Diego*.

Balbás, A., Longarela, I. R., & Pardo, A. (2000). Integration and arbitrage in the Spanish financial markets: An empirical approach. *The Journal of Futures Markets*, Vol. 20, No. 4, 321-344.

Bauwens, L., Laurent, S., & Rombouts, J. V. (2006). Multivariate GARCH models: a survey. *Journal of applied econometrics*, 21(1), 79-109.

Bailey, W. (1989). The market for Japanese stock index futures: Some preliminary evidence. *Journal of Futures Markets*, 9(4), 283-295.

Beneder, R., & Elkenbracht-Huizing, M. (2003). Foreign exchange options and the volatility smile. *Medium Econometrische Toepassingen*, 2, 30-36.

Białkowski, J., & Jakubowski, J. (2008). Stock index futures arbitrage in emerging markets: Polish evidence. *International Review of Financial Analysis*, 17(2), 363-381.

Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *The journal of political economy*, 637-654.

Blanco, R. (2003). Transmisión de información entre el mercado de futuros sobre el Ibex 35 y el contado. *Revista de Economía Aplicada*, 11(31), 81-101.

Bollerslev, T. (1986). *Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity*. *Journal of econometrics* 31.3: 307-327.

Buhler, W. and Kempf, A (1994) DAX Index Futures: Mispricing and Arbitrage in German Markets. *Zentrum for Europäische Wirtschaftsforschung GmbH. Discussion Paper No. 94-15*.

Butterworth, D., & Holmes, P. (2001). The hedging effectiveness of stock index futures: evidence for the FTSE-100 and FTSE-Mid250 indexes traded in the UK. *Applied Financial Economics*, 11(1), 57-68.

Carchano, O. and Pardo, A. (2009). Rolling over stock index futures contracts. *Journal of Futures Markets*, 29(7), 684-694.

- Chen, S. S., Lee, C. F., & Shrestha, K. (2003). Futures hedge ratios: a review. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 43(3), 433-465.
- Cheung, C. S., Kwan, C. C., & Yip, P. C. (1990). The hedging effectiveness of options and futures: A mean-Gini approach. *Journal of Futures Markets*, 10(1), 61-73.
- Chung, Y. P. (1991). A transactions data test of stock index futures market efficiency and index arbitrage profitability. *The Journal of Finance*, 46(5), 1791-1809.
- Climent, F. J., y Pardo, A. (1996). Estudio de las relaciones entre el contrato de futuro sobre IBEX 35 y su activo subyacente. *Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas*.
- Cornell, B. and French, K.(1983) The Pricing of Stock Index Futures. *The Journal of Futures Markets*, Vol. 3, No. 1, 1-14.
- Damodaran, A. (2012). Equity Risk Premiums (ERP): Determinants, Estimation and Implications –The 2012 Edition (March 14, 2012). *Disponible en SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2027211>*.
- Ederington, L. H. (1979). The hedging performance of the new futures market. *The Journal of Finance*, 34(1), 157-170.
- Engle, R. (1982): Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society* 987-1007.
- Engle, R. (2001). GARCH 101: The use of ARCH/GARCH models in applied econometrics. *Journal of economic perspectives*, 157-168.
- Engle, R. F., & Granger, C. W. (1987). Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 251-276.

Engle, R., and Kroner, F. (1995): Multivariate simultaneous generalized ARCH. *Econometric theory* 11.01 122-150.

Fassas, A. (2010). Mispricing in stock index futures markets—the case of Greece. *University of Macedonia*. Available at SSRN 1873949.

Fernandez, P., & Del Campo Baonza, J. (2010a). Market Risk Premium used in 2010 by Analysts and Companies: a survey with 2,400 answers. *Disponible en SSRN 1609563*.

Fernandez, P., & Del Campo Baonza, J. (2010b). Market risk premium used in 2010 by professors: a survey with 1,500 answers. *Disponible en SSRN 1606563*.

Figlewski, S. (1984). Hedging Performance and Basis Risk in Stock Index Futures. *The Journal of Finance*; Jul84, Vol. 39, No 3, p657-669.

Garrido, D. and García Coto, D (2010). El largo plazo, un brillante aliado de la inversión en bolsa. *Bolsa: revista mensual de bolsas y mercados españoles* 185: 20-37.

Ganley, J., Trebeschi, G. (2000), Equity Markets under Stress: Test for Arbitrage. Anomalies in the Stock Futures Basis. *Bank of England*. Disponible en <http://www.imes.boj.or.jp/cbrc/cbrc-19.pdf>

Gastineau, G., & Madansky, A. (1983). S&P 500 stock index futures evaluation tables. *Financial Analysts Journal*, 39(6), 68-76.

Ghosh, A. (1993). Hedging with stock index futures: Estimation and forecasting with error correction model. *Journal of Futures Markets*, 13(7), 743-752.

Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The journal of finance*, 48(5), 1779-1801.

- Granger, C. W. (1981). Some properties of time series data and their use in econometric model specification. *Journal of econometrics*, 16(1), 121-130.
- .
- Hsin, C. W., Kuo, J., & Lee, C. F. (1994). A new measure to compare the hedging effectiveness of foreign currency futures versus options. *Journal of Futures Markets*, 14, 685–707
- Holmes, P. (1996). Stock index futures hedging: hedge ratio estimation, duration effects, expiration effects and hedge ratio stability. *Journal of Business Finance & Accounting*, 23(1), 63-77.
- Howard, C. T., & D'Antonio, L. J. (1987). A risk-return measure of hedging effectiveness: a reply. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22(03), 377-381.
- Huang, P. (2014). The stock index futures hedge ratio with structural changes. *Investment Management and Financial Innovations*, Volume 11, Issue 1, 2014
- Hull, J., and White, A. (2013). Libor vs. ois: The derivatives discounting dilemma. *Journal of Investment Management*, 11(3), 14-27.
- Inclan, C., & Tiao, G. C. (1994). Use of cumulative sums of squares for retrospective detection of changes of variance. *Journal of the American Statistical Association*, 89(427), 913-923.
- Jiménez, J. A., Arunachalam, V., & Serna, G. M. (2014). Option pricing based on the generalised Tukey distribution. *International Journal of Financial Markets and Derivatives*, 3(3), 191-221.
- Johnson, L. (1960). The theory of hedging and speculation in commodity futures. *Review of Economic Studies*, 27, 139–151.

Kenourgios, D., Aristeidis S., and Panagiotis D. (2008) Hedge ratio estimation and hedging effectiveness: the case of the S&P 500 stock index futures contract. *International Journal of Risk Assessment and Management* 9.1 (2008): 121-134.

Kroner, K. F., & Sultan, J. (1993). *Time-varying distributions and dynamic hedging with foreign currency futures*. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28(04), 535-551.

Lafuente, J. (1999) Rendimientos y volatilidad en el mercado de futuros Sobre El IBEX 35: Implicaciones para la Cobertura de Carteras de Renta Variable. *Tesis doctoral. Universidad Complutense de Madrid* www.ucm.es/info/icae/tesis.htm.

Lafuente, J. and Novales, A. (2003) Optimal hedging under departures from the cost of carry valuation: evidence from the Spanish stock index futures market. *Journal of Banking and Finance*, 27, No 6, 1053-1078.

Lien, D., Lee, G., Yang, L., & Zhou, C. (2014). Evaluating the effectiveness of futures hedging. In *Handbook of Financial Econometrics and Statistics* (pp. 1891-1908). Springer New York.

Lindahl, M. (1991). Risk-return hedging effectiveness measures for stock index futures. *Journal of Futures markets*, 11(4), 399-409.

Lindahl, M. (1992). Minimum variance hedge ratios for stock index futures: duration and expiration effects. *Journal of Futures Markets*, 12(1), 33-53.

Ma, C. K., Mercer, J. M., & Walker, M. A. (1992). Rolling over futures contracts: A note. *Journal of Futures Markets*, 12(2), 203-217.

Mandal, A. (2011). Hedging Effectiveness of Stock Index Futures Contracts in the Indian Derivative Markets. *International Journal of Financial Management*, 1(2), 1-20.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.

Mascareñas Pérez-Iñigo, J. (2011). ¿Los tipos de interés a plazo implícitos son buenos estimadores de los tipos de contado futuros? El caso de la deuda pública española desde 1999 hasta 2011. *Análisis Financiero*, 2º CUATRIMESTRE (116), 62-71.

McMillan, D. G., & Quiroga Garcia, R. (2010). Realized hedge ratio properties, performance and implications for risk management: Evidence from the Spanish IBEX 35 spot and futures markets. *Journal of Risk*, 12(4), 33.

McMillan, D. G., and Philip, D. (2012). Short-sale constraints and efficiency of the spot-futures dynamics. *International Review of Financial Analysis*.

Miller, M., Muthiswamy, J. and Whaley, R. (1994) Mean Reversion of Standard & Poor's 500 Index Basis Changes: Arbitrage-Induced or Statistical Illusion? *The Journal of Finance*, Vol. 49, No. 2 (Jun., 1994), pp. 479-513

Montero, R (2013): Variables no estacionarias y cointegración. *Documentos de Trabajo en Economía Aplicada*. Universidad de Granada. España

Myers, R. (1991). Estimating time-varying optimal hedge ratios on futures markets. *Journal of Futures Markets*, 11(1), 39-53.

Neal, R (1996) Direct Tests of Index Arbitrage Models. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*. Vol. 31, No. 4 (Dec., 1996), pp. 541-562.

Nieto, M. L., Fernández, Á., & Muñoz, M. J. (1998). Market efficiency in the Spanish derivatives markets: An empirical analysis. *International Advances in Economic Research*, 4(4), 349-355.

Pardo, Á. y Climent, F. (2000). Relaciones temporales entre el contrato de futuro sobre IBEX-35 y su activo subyacente. *Investigaciones Económicas*, 24(1), 219-236.

Park, T. and Switzer, N. (1995 a) Time-varying distributions and the optimal hedge ratios for stock index futures. *Applied Financial Economics* 5.3 (1995): 131-137.

Park, T. and Switzer, N. (1995 b) Bivariate GARCH estimation of the optimal hedge ratios for stock index futures: a note. *Journal of Futures Markets* 15.1 (1995): 61-67.

Puttonen, V. (1993a). Short Sales Restrictions and the Temporal Relationship between Stock Index Cash and Derivatives Markets. *The Journal of Futures Markets*, Vol. 13, No. 6, 645-664.

Puttonen, V. (1993b). Stock index futures arbitrage in Finland: Theory and evidence in a new market. *European Journal of Operational Research*, 68(3), 304-317.

Ramlall, I. (2009). Striving for the optimal hedge ratio. *International Research Journal of Finance and Economics*, Forthcoming.

Richie, N., Daigler, R. T., & Gleason, K. C. (2008). The limits to stock index arbitrage: Examining S&P 500 futures and SPDRS. *Journal of Futures Markets*, 28 (12), 1182-1205.

Roll, R., Schwartz, E., & Subrahmanyam, A. (2007). Liquidity and the Law of One Price: The Case of the Futures-Cash Basis. *The Journal of Finance*, 62(5), 2201-2234.

Salvador, E., and Aragón, V. (2014). Measuring Hedging Effectiveness of Index Futures Contracts: Do Dynamic Models Outperform Static Models? A Regime-Switching Approach. *Journal of Futures Markets* 34.4 (2014): 374-398.

Sansó, A., Aragón, V., & Carrion, J. L. (2004). Testing for changes in the unconditional variance of financial time series. *Revista de Economía financiera*, 4, 32-53.

Serna, G. (2002). Valoración de Opciones con Sonrisas de Volatilidad: Aplicación al Mercado Español de Opciones Sobre el Futuro del Índice IBEX-35. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 31(114), 1203-1227.

Serna, G. (2004). La sonrisa de la volatilidad en los mercados de opciones. *Bolsa de Madrid*, (128), 34-37.

- Sharpe, W. F. (1963). A simplified model for portfolio analysis. *Management science*, 9(2), 277-293.
- Sharpe, W. F. (1964). *Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk*. *The Journal of Finance*, 19(3), 425-442.
- Sharpe, W. F. (1994). The Sharpe ratio. *The Journal of Portfolio Management*, 21(1), 49-58.
- Solórzano, M. (1996) Análisis de la Relación Temporal entre los Rendimientos de Contado y Futuro sobre Índices Bursátiles. Especial Referencia al Caso del IBEX 35. *Tesis Doctoral UCM*.
- Swanson, D. A., Tayman, J., and Bryan T. M. (2011). MAPE-R: a rescaled measure of accuracy for cross-sectional subnational population forecasts. *Disponible desde Internet en: <http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs12546-011-9054-5#page-1>*
- Techarongrojwong, Y. (2008). The comparison of pricing performances between cost of carry model and imperfect market model: an empirical study on set 50 index futures. Assumption University. *Disponible en internet: http://www.journal.au.edu/journal_management/2008/jul08/jul08-article03-comparison.pdf*.
- Torró i Enguix, H. (1995). Evolución temporal de la razón de cobertura. Una aplicación al IBEX-35. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 125-144.
- Van der Stoep, A. W., Grzelak, L. A., & Oosterlee, C. W. (2014). The Heston stochastic-local volatility model: Efficient Monte Carlo simulation. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 17(07).
- Wang, J. (2007). Testing the General Equilibrium Model of Stock Index Futures: Evidence from the Asian Crisis. *International Research Journal of Finance and Economics*. Issue 10-2007.

Yadav, P.K., Pope, P.F., (1990). Stock index futures arbitrage: International evidence. *Journal of Futures Markets* 10, 573–603.

LIBROS DE TEXTO

Agresti y Finlay (2009). Statistical Methods for the Social Sciences. *Pearson Education*

Benoit, K. (2012) Linear Regression Analysis. *London School of Economics-Summer School. ME104.*

Brooks, C. (2008). Introductory Econometrics for Finance. *Cambridge Books.*

Clark, I. J. (2011). Foreign exchange option pricing: A practitioners guide. *John Wiley & Sons.*

Cornell, B. (1999) The equity risk premium: the long-run future of the stock market. *John Wiley & Sons.*

Fabozzi, F. and Kipnis,G. (1989). The Handbook of Stock Index and Options. *Dow-Jones Irwin.*

Fuller, W. A. (1996). Introduction to statistical time series. *John Wiley & Sons. 2nd ed*

Hull, J. (2009). Options, Futures and other Derivatives. *Pearson Education.*

Lárraga, P., López, P. L., Benito, O. E., & Elvira, O. (2008). Mercado de productos derivados: futuros, forwards, opciones y productos estructurados. *Profit Editorial.*

Stoll, H. and Whaley,R. (1993) Futures and Options. Theory and Applications. *Ed. South-Western Publishing Co.*

Sutcliffe, C. (2006). Stock Index Futures. *Ed. Ashgate.*

Wonnacott, TH. y Wonnacott, RJ. (1990) Introductory Statistics. (2nd.Edition) *John Wiley and Sons, Inc.*

REFERENCIAS WEB

Euribor-EBF (2011) *Eonia Historical Rates*. <http://www.euribor-ebf.eu/euribor-eonia-org/eonia-rates.html>.

Interdín (2008). Descarga de ficheros [web en línea]. Disponible desde Internet en: <https://www.interdin.com/ProductosTarifas.aspx> [con acceso el 24 de agosto de 2008].

MEFF (2011) *Información histórica precios fin de día*
<http://www.meff.es/asp/Financiero/DescargaFicheros.aspx?id=esp>.

RBC Dexia (2008). Descarga de ficheros [web en línea]. Disponible desde Internet en: <http://www.rbcdexia-is.es/credibolsa/paginas/presta.htm> [con acceso el 24 de agosto de 2008].

RBC Dexia Investor Services (2011). *Crédito al Mercado para Operaciones Bursátiles*. [web en línea]. Disponible desde Internet en: <http://www.rbcdexia-is.es/es/aplicaciones/pdf/credibolsa.pdf>.

Self Trade Bank (2008). Descarga de ficheros [web en línea]. Disponible desde Internet en: <http://www.selftrade.es/?sec=000006&subSec=09> [con acceso el 24 de agosto de 2008].

Sociedad de Bolsas S.A. (2011) *Información histórica*. [web en línea]. Disponible desde Internet en: <http://www.sbolsas.es/>.

Anexo A. Tablas estadísticas y econométricas¹⁰³

Anexo A. 1 MCO rentabilidad diaria del IBEX 35 versus rentabilidad diaria del precio teórico de su futuro

```
. regress delta_lnIbex35 delta_lnFuttco
```

Source	SS	df	MS	Number of obs =	1008
Model	.337061229	1	.337061229	F(1, 1006) =	.
Residual	.001710696	1006	1.7005e-06	Prob > F	= 0.0000
				R-squared	= 0.9950
				Adj R-squared	= 0.9949
Total	.338771925	1007	.000336417	Root MSE	= .0013

delta_lnIbex35	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
delta_lnFuttco	.99464	.0022341	445.21	0.000	.990256 .999024
_cons	-3.22e-06	.0000411	-0.08	0.938	-.0000838 .0000774

Anexo A. 2 MCO rentab. diaria del IBEX 35 dividendos vs. Rentab. diaria del precio teórico de su futuro

```
. regress delta_lnIbexD delta_lnFutD
```

Source	SS	df	MS	Number of obs =	1008
Model	.337558109	1	.337558109	F(1, 1006) =	.
Residual	.000264379	1006	2.6280e-07	Prob > F	= 0.0000
				R-squared	= 0.9992
				Adj R-squared	= 0.9992
Total	.337822488	1007	.000335474	Root MSE	= .00051

delta_lnIb~D	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
delta_lnFutD	.9987506	.0008812	1133.34	0.000	.9970213 1.00048
_cons	1.47e-06	.0000161	0.09	0.928	-.0000302 .0000332

Anexo A. 3 MCO rentabilidad diaria del IBEX 35 versus rentabilidad diaria del precio de cotización de su futuro

```
. regress delta_lnIbex35 delta_lnFutr
```

Source	SS	df	MS	Number of obs =	1008
Model	.332392782	1	.332392782	F(1, 1006) =	52418.81
Residual	.006379143	1006	6.3411e-06	Prob > F	= 0.0000
				R-squared	= 0.9812
				Adj R-squared	= 0.9812
Total	.338771925	1007	.000336417	Root MSE	= .00252

delta_lnI~35	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
delta_lnFutr	.9907728	.0043274	228.95	0.000	.982281 .9992646
_cons	-5.53e-06	.0000793	-0.07	0.944	-.0001612 .0001501

¹⁰³ Rentabilidades de los precios por aproximación logarítmica: $\ln P_t / \ln P_{t-1}$

Anexo A. 4. Estacionariedad. Dickey-Fuller test para Ln Ibex 35 y Ln Futuro y sus primeras diferencias

```
. dfuller lnIbex35, regress lags(0)
```

Dickey-Fuller test for unit root Number of obs = 1008

		Interpolated Dickey-Fuller		
Test Statistic		1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
Z(t)	-1.579	-3.430	-2.860	-2.570

```
. dfuller delta_lnIbex35, regress lags(0)
```

Dickey-Fuller test for unit root Number of obs = 1007

		Interpolated Dickey-Fuller		
	Test Statistic	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
Z(t)	-32.434	-3.430	-2.860	-2.570

```
. dfuller lnFutr, regress lags(0)
```

Dickey-Fuller test for unit root Number of obs = 1008

		Interpolated Dickey-Fuller		
	Test Statistic	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
Z(t)	-1.575	-3.430	-2.860	-2.570

```
. dfuller Resid_LIBEX_LFUT, noconstant regress lags(0)
```

Dickey-Fuller test for unit root Number of obs = 1008

		Interpolated Dickey-Fuller		
	Test Statistic	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
Z(t)	-12.957	-2.580	-1.950	-1.620

Anexo A. 5. Modelo ECM

. regress lnIbex35 lnFutr

Source	SS	df	MS	Number of obs =	1009
Model	39.0546942	1	39.0546942	F(1, 1007) =	.
Residual	.011156975	1007	.000011079	Prob > F =	0.0000
				R-squared =	0.9997
				Adj R-squared =	0.9997
Total	39.0658512	1008	.038755805	Root MSE =	.00333

lnIbex35	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
lnFutr	.9955436	.0005303	1877.49	0.000	.994503 .9965841
_cons	.043367	.0049611	8.74	0.000	.0336318 .0531022

Vector error-correction model

Sample: 2 - 1009 No. of obs = 1008
AIC = -14.43764
Log likelihood = 7281.57 HQIC = -14.42837
Det(Sigma_ml) = 1.82e-09 SBIC = -14.41325

Equation	Parms	RMSE	R-sq	chi2	P>chi2
D_lnIbex35	2	.018341	0.0014	1.438298	0.4872
D_lnFutr	2	.018343	0.0008	.8078297	0.6677

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
D_lnIbex35					
_cel					
L1.	-.1762316	.1737048	-1.01	0.310	-.5166868 .1642235
_cons	-.0002693	.0005861	-0.46	0.646	-.001418 .0008794
D_lnFutr					
_cel					
L1.	.1103661	.173718	0.64	0.525	-.2301149 .4508471
_cons	-.00043	.0005861	-0.73	0.463	-.0015788 .0007187

Cointegrating equations

Equation	Parms	chi2	P>chi2
_cel	1	587470.6	0.0000

Identification: beta is exactly identified

Johansen normalization restriction imposed

beta	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
_cel					
lnIbex35	1
lnFutr	-.9956289	.001299	-766.47	0.000	-.9981748 -.9930829
_cons	-.0420037

Anexo A. 6. Test de heterocedasticidad y efecto ARCH en los residuos

```
. estat hettest
```

Breusch-Pagan / Cook-Weisberg test for heteroskedasticity

Ho: Constant variance

Variables: fitted values of delta_lnIbex35

chi2(1) = 20.14

Prob > chi2 = 0.0000

```
. estat archlm
```

LM test for autoregressive conditional heteroskedasticity (ARCH)

lags(p)	chi2	df	Prob > chi2
1	102.428	1	0.0000

H0: no ARCH effects vs. H1: ARCH(p) disturbance

Anexo A. 7. Modelo EC-GARCH coeficiente de correlación constante

```
. mgarch ccc ( delta_lnIbex35 delta_lnFutr = L. delta_lnIbex35 L. delta_lnFutr L. TCE, arch(1/1) garch(1/1))
```

Constant conditional correlation MGARCH model

Sample: 1 - 1009

Distribution: Gaussian

Log likelihood = 7478.53

Number of obs = 1007

Wald chi2(6) = 263.80

Prob > chi2 = 0.0000

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
delta_lnIbex35						
delta_lnIbex35						
L1.	.0964352	.185097	0.52	0.602	-.2663482	.4592187
delta_lnFutr						
L1.	-.1337839	.1843457	-0.73	0.468	-.4950949	.2275271
TCE						
L1.	.141189	.1527962	0.92	0.355	-.1582861	.4406641
_cons	.000043	.0004523	0.10	0.924	-.0008435	.0009296
ARCH_delta_lnIbex35						
arch						
L1.	.0750467	.0116532	6.44	0.000	.0522069	.0978865
garch						
L1.	.8734044	.0185986	46.96	0.000	.8369519	.9098569
_cons	.0000137	2.83e-06	4.84	0.000	8.14e-06	.0000192
delta_lnFutr						
delta_lnIbex35						
L1.	.3828775	.1865372	2.05	0.040	.0172713	.7484837
delta_lnFutr						
L1.	-.4139694	.1859663	-2.23	0.026	-.7784566	-.0494821
TCE						
L1.	.3368607	.1567424	2.15	0.032	.0296513	.64407
_cons	-.0000583	.0004597	-0.13	0.899	-.0009593	.0008427
ARCH_delta_lnFutr						
arch						
L1.	.0719851	.0117279	6.14	0.000	.0489988	.0949714
garch						
L1.	.8745018	.0194569	44.95	0.000	.836367	.9126366
_cons	.0000145	3.06e-06	4.73	0.000	8.48e-06	.0000205
Correlation						
delta_lnIbex35						
delta_lnFutr	.9907548	.0005975	1658.21	0.000	.9895837	.9919258

Anexo A. 8. Modelo EC-GARCH coeficiente de correlación dinámico

```
. mgarch vcc (delta_lnIbex35 delta_lnFutr = L. delta_lnIbex35 L. delta_lnFutr L.TCE), arch(1/1) garch(1/1)
```

Varying conditional correlation MGARCH model

Sample: 1 - 1009	Number of obs	=	1007
Distribution: Gaussian	Wald chi2(6)	=	494.68
Log likelihood = 7557.271	Prob > chi2	=	0.0000

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
delta_lnIbex35						
delta_lnIbex35						
L1.	.081871	.0698332	1.17	0.241	-.0549996	.2187416
delta_lnFutr						
L1.	-.1805259	.0752466	-2.40	0.016	-.3280065	-.0330453
TCE						
L1.	.0290404	.1148426	0.25	0.800	-.1960469	.2541278
_cons	.0005982	.0004314	1.39	0.166	-.0002473	.0014437
ARCH_delta_lnIbex35						
arch						
L1.	.0992956	.0137138	7.24	0.000	.072417	.1261742
garch						
L1.	.8522664	.0188616	45.19	0.000	.8152984	.8892344
_cons	.0000135	2.66e-06	5.09	0.000	8.31e-06	.0000187
delta_lnFutr						
delta_lnIbex35						
L1.	.4666501	.0619344	7.53	0.000	.3452608	.5880393
delta_lnFutr						
L1.	-.5616176	.06878	-8.17	0.000	-.696424	-.4268112
TCE						
L1.	.1998287	.1196067	1.67	0.095	-.0345961	.4342535
_cons	.0005343	.0004388	1.22	0.223	-.0003258	.0013944
ARCH_delta_lnFutr						
arch						
L1.	.0970367	.0139886	6.94	0.000	.0696195	.1244539
garch						
L1.	.8506897	.0201584	42.20	0.000	.8111799	.8901994
_cons	.0000146	2.94e-06	4.98	0.000	8.85e-06	.0000204
Correlation						
delta_lnIbex35						
delta_lnFutr	.9923364	.0006186	1604.15	0.000	.9911239	.9935488
Adjustment						
lambda1	.1537239	.0303857	5.06	0.000	.0941691	.2132787
lambda2	.2310399	.0506013	4.57	0.000	.1318632	.3302166

.

Anexo A. 9. Estadísticos básicos de los ratios de cobertura EC GARCH
constante (h_garchc) y dinámico (h_garchv)

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
h_garchc	1007	.9816434	.0233921	.921132	1.110029
h_garchv	1007	.9798001	.0361664	.6824505	1.122452

SÍNTESIS Y RESUMEN

(Español)

COBERTURA DE CARTERAS ÍNDICE DE RENTA VARIABLE CON FUTUROS SOBRE EL IBEX 35

SÍNTESIS

Esta tesis desarrolla un modelo algebraico de cobertura (*MAC*) de carteras índice de renta variable con futuros sobre índices bursátiles alternativo a los econométricos (*MCO*, *ECM* y *GARCH*) y valora la eficacia de su aplicación al IBEX 35 para el periodo 2007-2010. La formulación del modelo parte de la hipótesis de mercado eficiente y de la consideración de un horizonte temporal infinitesimal. Al relajar estos supuestos en el análisis empírico y aplicarlo al mercado real con un horizonte temporal diario de la cobertura, se obtiene una eficacia cercana al 99%. Los modelos econométricos utilizados hasta la fecha para el cálculo del ratio óptimo de cobertura no consideran el pago discreto de dividendos y se basan en una serie del futuro de próximo vencimiento que presenta *saltos*, al estar compuesta por mini-series encadenadas de futuros de distinto vencimiento. Como consecuencia de estas limitaciones, aunque la eficacia de la cobertura de los modelos econométricos puede considerarse satisfactoria en términos generales, se producen errores significativos en algunos puntos de la serie. El modelo (*MAC*) que se presenta en esta tesis como modelo alternativo a los econométricos (*MCO*, *ECM* y *GARCH*), obtiene resultados superiores tanto en el grado de eficacia de la cobertura, como en su sencillez de aplicación a la práctica profesional de la gestión de carteras.

Palabras clave: cobertura, índice, renta variable, IBEX-35, futuro, algebraico, cost of carry, arbitraje.

COBERTURA DE CARTERAS ÍNDICE DE RENTA VARIABLE CON FUTUROS SOBRE EL IBEX 35

RESUMEN

1. *Introducción*

Las investigaciones relativas al ratio óptimo de cobertura con futuros de una cartera que replica un índice de renta variable se han llevado a cabo hasta la fecha mediante técnicas econométricas. Los modelos aplicados han ido perfeccionando sus especificaciones, pero todos ellos parten de unos supuestos que se alejan del mundo real, ya que no consideran el pago discreto de dividendos y se basan en una serie del futuro de próximo vencimiento que presenta *saltos*, al estar compuesta por mini-series encadenadas de futuros de distinto vencimiento. Como consecuencia de estas limitaciones, aunque la eficacia de la cobertura de los modelos econométricos puede considerarse satisfactoria en términos generales, se producen errores significativos en algunos puntos de la serie. La principal aportación de esta tesis a la investigación académica y a la práctica profesional de la gestión de carteras es la definición de un Modelo Algebraico de Cobertura (MAC) que no está basado en técnicas econométricas, es más sencillo de aplicar y superior en resultados¹⁰⁴ a los modelos econométricos más utilizados hasta la fecha (MCO, ECM y GARCH)¹⁰⁵. El modelo MAC parte del supuesto de mercado eficiente y de la consideración de un horizonte temporal diario de la cobertura.

¹⁰⁴ Para la serie analizada de coberturas diarias del mercado español (2007-2010)

¹⁰⁵ **MCO:** Mínimos Cuadrados Ordinarios; **ECM:** Error Correction Model (Modelo de Corrección de Error); **GARCH:** Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (Heterocedasticidad Condicional Autoregresiva Generalizada)

2. *Objetivos de la tesis*

El objetivo general de esta tesis es proponer un modelo de cobertura de carteras índice de renta variable alternativo a los econométricos (*MCO*, *ECM* y *GARCH*) que sea de fácil aplicación al ámbito profesional de la gestión de carteras y valorar su eficacia mediante el análisis empírico para el mercado español (2007-2010). Los objetivos específicos intermedios son:

1. Analizar si el mercado es eficiente para el mercado bursátil español al cierre del día, esto es, si existen o no incentivos al arbitraje entre el precio del contado y del futuro del IBEX-35.
2. Desarrollar el marco teórico del Modelo Algebraico de Cobertura que proponemos como alternativa a los modelos econométricos.
3. Aplicar el modelo MAC al caso español (2007-2010) y valorar la eficacia de la cobertura resultante.
4. Identificar el error que introduce la discontinuidad de la serie *precio del futuro de próximo vencimiento* en los modelos econométricos. Para ello se utiliza una técnica no vista hasta ahora en trabajos anteriores que consiste en realizar la regresión sobre el precio teórico del futuro en lugar de sobre su precio real, para separar así los errores propios de la ineficiencia del mercado de los inherentes a la construcción de la serie.
5. Aplicar los modelos econométricos (*MCO*, *ECM* y *GARCH*) a nuestra muestra tomando como referencia el precio de mercado del futuro y comparar los resultados obtenidos con los del modelo MAC.

3. Conclusiones

Las conclusiones de la tesis son las siguientes:

1. Podemos considerar que el mercado español es eficiente para las cotizaciones del IBEX 35 y de su futuro a fin de día para el periodo (2007-2010). La desviación porcentual media del precio de mercado del futuro sobre su precio teórico fue del (-0.04%) con una distribución de frecuencias altamente concentrada en torno al 0%.
2. El Modelo Algebraico de Cobertura (MAC) que proponemos obtiene una formulación sorprendentemente sencilla cuando se asumen dos restricciones sobre el mundo real: el mercado es siempre eficiente y el horizonte temporal de la cobertura es *infinitesimal*. Según nuestro modelo el ratio de cobertura h es igual al factor de descuento hasta el vencimiento del próximo futuro, tanto para índices de rendimientos como para índices de precios. A pesar de su sencillez, cuando aplicamos el modelo MAC al mundo real en el que existen ineficiencias en el mercado y consideramos una cobertura con horizonte temporal diario, en lugar de *infinitesimal*, obtenemos un alto grado de eficacia de la cobertura ¹⁰⁶(cerca del 99%), superior al obtenido con los modelos econométricos, según vemos en la tabla (R-1).

¹⁰⁶ Medida como la reducción porcentual de la varianza de la cartera cubierta en relación a la de la cartera sin cubrir.

Tabla R-1. Eficacia de la cobertura del modelo MAC vs. modelos econométricos

	No cubierta (NC)	MAC	MCO	ECM	EC GARCH ccc(1,1)	EC GARCH dcc(1,1)
Ratio de cobertura						
<i>media</i>		0.9991	0.9908	0.9956	0.9816	0.9798
<i>máx</i>		1	0.9908	0.9956	1.1100	1.1225
<i>mín</i>		0.9958	0.9908	0.9956	0.9211	0.6825
Rentabilidad de la cartera						
<i>media</i>	-0.0011	0.012	-0.001	0.000	0.000	0.000
<i>máx</i>	14.4350	1.574	2.887	2.904	3.166	3.279
<i>mín</i>	-8.9556	-1.681	-1.735	-1.732	-1.746	-1.773
Eficacia de la cobertura						
Varianza r_p	0.0337538	0.0003549	0.0006335	0.0006343	0.0006517	0.0006669
Reducción varianza r_p sobre cartera no cubierta		98.949%	98.123%	98.121%	98.069%	98.024%

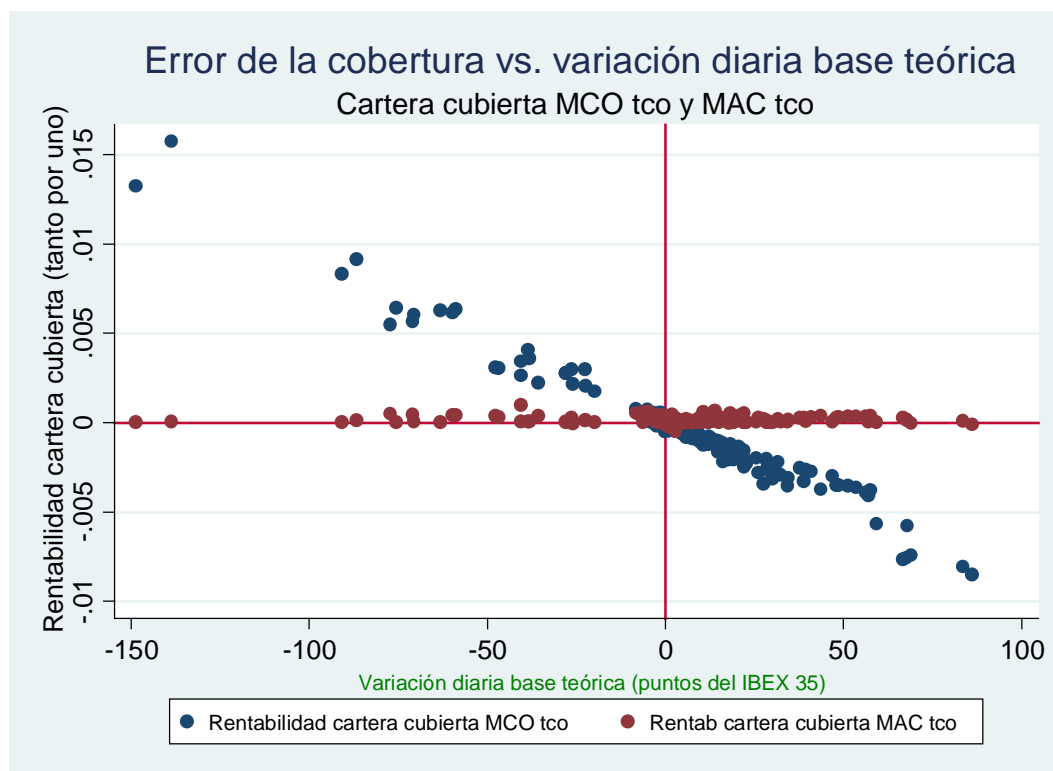
Nota: Varianzas y rentabilidades diarias en tanto por ciento

Fuente: elaboración propia

- Los modelos econométricos MCO, ECM y GARCH presentan en la práctica resultados similares y parten todos ellos de las limitaciones de la serie temporal *del precio del futuro de próximo vencimiento*, anteriormente mencionadas. En el gráfico (R.1) relacionamos los errores de la cobertura de los modelos MCO_{tco} y MAC_{tco} ¹⁰⁷, con los cambios en la base teórica diaria.

¹⁰⁷ Las carteras MCO_{tco} y MAC_{tco} se construyen con la posición de contado y una cobertura con futuros, en base a los ratios de cobertura de cada modelo, asumiendo que el precio real del futuro en el mercado es igual a su precio teórico.

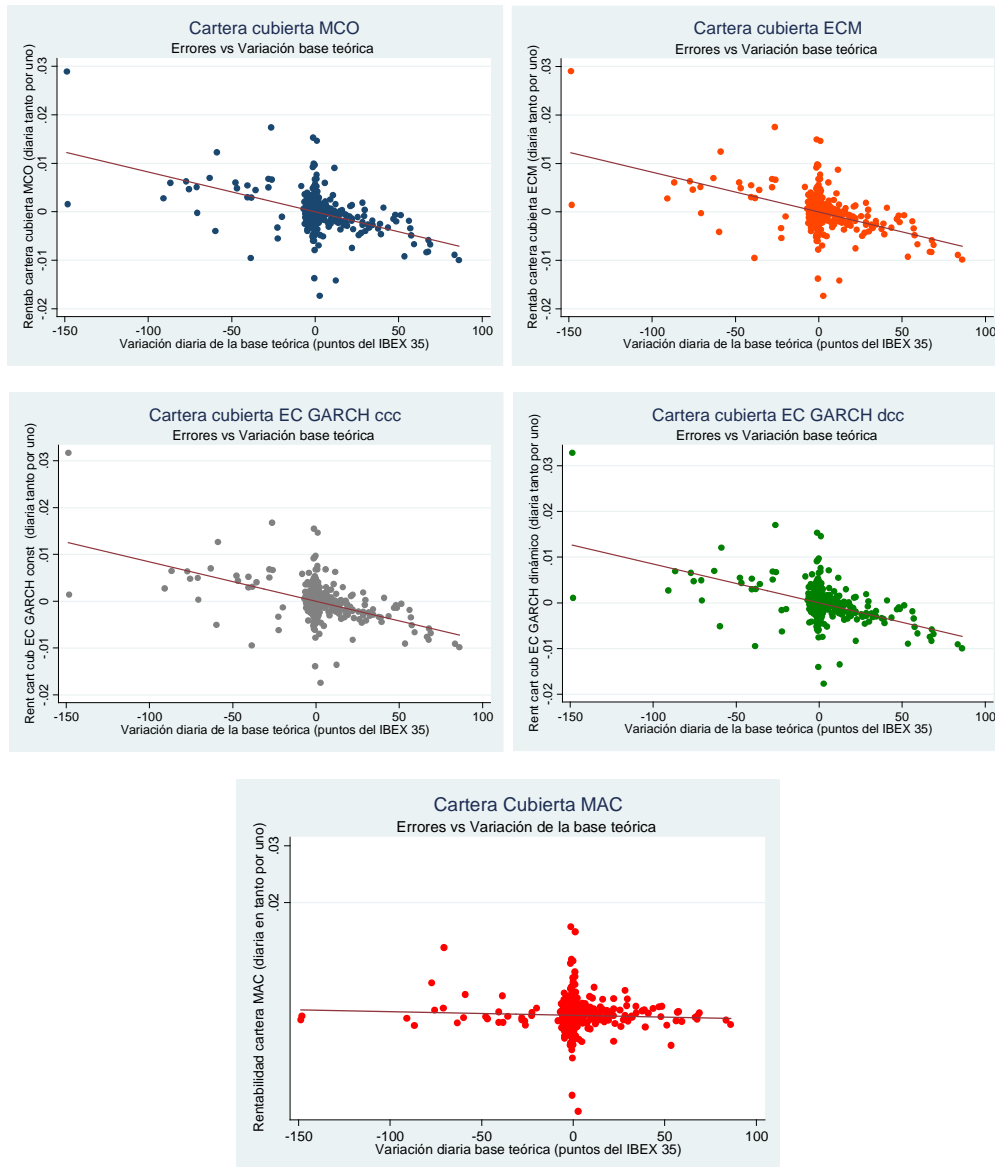
Gráfico R.1 Error de la cobertura MCO tco y MAC tco vs. Variación de la base tca.



Fuente: elaboración propia

Como puede observarse, el error del modelo MAC_{tco} es mínimo, en tanto que el del modelo MCO_{tco} es claramente dependiente de la variación diaria de la base teórica, es decir, de los *saltos* motivados por el cambio al contrato de siguiente vencimiento y por los pagos de dividendos no registrados en la cartera índice. Cuando en lugar de utilizar el precio teórico del futuro usamos en el análisis su precio real en el mercado y extendemos el análisis al resto de los modelos econométricos que hemos analizado en la tesis, llegamos a las mismas conclusiones, como puede observarse en el gráfico (R.2).

Gráfico R.2. Los 4 modelos econométricos y el MAC. Error vs. Variación base teórica



Fuente: elaboración propia

CONCLUSION FINAL

El Modelo Algebraico de Cobertura (MAC) que proponemos y desarrollamos en esta tesis supone una alternativa a los modelos econométricos aplicados hasta la fecha para el cálculo del ratio óptimo de cobertura de una cartera índice de renta variable con su contrato de futuros. Para la muestra del mercado español (2007-2010) sus resultados son superiores a los de los modelos MCO, ECM y GARCH, tanto en el grado de eficacia de la cobertura, como en su sencillez de aplicación a la práctica profesional de la gestión de carteras.

ABSTRACT AND SUMMARY
(English)

HEDGING EQUITY STOCK INDEX PORTFOLIOS WITH STOCK INDEX FUTURES ON THE IBEX 35

ABSTRACT

This thesis develops an algebraic model (hereinafter MAC) for hedging equity index portfolios with stock index futures as an alternative to econometric models (OLS, ECM, and GARCH) and assesses the efficacy of the model when applied to the IBEX 35 for the period 2007-2010. The model was formulated based on the efficient market hypothesis and an infinitesimal time horizon. When we relax these assumptions in the empirical analysis and apply the model to the real market with a daily time horizon, we obtain 99% efficacy of the hedge. The econometric models used to date for the calculation of the optimal hedging ratio do not include discrete dividend payouts and are based on a series of next-to-expire future prices that are subject to jumps in price, as it is composed of a chained series of futures with different maturities. Although the efficacy of econometric models can be considered satisfactory in general terms, their limitations can generate significant errors at some points in the series. The MAC model presented in this thesis as an alternative approach to econometrics models yields superior results, both in the efficacy of hedging is and in the ease of application in professional portfolio management.

Key words: hedging, index, equities, IBEX-35, futures, algebraic, cost of carry, arbitrage, stock index futures.

HEDGING EQUITY STOCK INDEX PORTFOLIOS WITH STOCK INDEX FUTURES ON THE IBEX 35

SUMMARY

1. Introduction

To date, research on the optimal ratio for hedging a portfolio that mirrors an equity index with stock index futures has been conducted using econometric techniques. The specifications of the models have improved, although they all start from non-real world assumptions, because they do not consider discrete dividend payouts and are based on a future series that is soon to expire and presents jumps in price, since it is composed of chained mini-series of futures with different expiration dates. Even though the efficacy of econometric models can be considered satisfactory in general terms, the limitations inherent to the models can lead to significant errors at some points in the series.

The main contribution of this thesis to academic research and to the field of professional portfolio management is the definition of an algebraic hedging model (MAC)¹⁰⁸ that is not based on econometric techniques, is easier to apply, and yields results that are superior¹⁰⁹ to those of the econometric models used to date (OLS, ECM, and GARCH)¹¹⁰. The MAC starts from the assumption that the market is efficient and that the time horizon in the hedging strategy is one day.

¹⁰⁸ From the definition in Spanish: Modelo Algebraico de Cobertura (MAC)

¹⁰⁹ For the Spanish market 2007-2010

¹¹⁰ **OLS**: Ordinary Least Squares; **ECM**: Error Correction Model, **GARCH**: Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity.

2. *Objectives of the thesis*

The main objective of this thesis is to develop an algebraic model (MAC) to hedge equity index portfolios with stock index futures as an alternative to econometric models (OLS, ECM, and GARCH) and to assess the efficacy of the model when applied to the IBEX 35 for the period 2007-2010.

The intermediate specific objectives are as follows:

1. To analyze whether the market is efficient for the Spanish stock market at the close, that is to say, whether or not there are incentives to arbitrage between the cash price and the future price of the IBEX 35.
2. To develop the theoretical framework of the algebraic hedging model that we propose as an alternative to econometric models.
3. To apply the MAC model to the Spanish stock market (2007-2010) and assess the efficacy of hedging.
4. To identify the error introduced by the discontinuity of futures prices in the series that is about to expire in the econometric models. For that purpose, we have developed a new technique, in which regression is performed on the theoretical price of the future, rather than on its actual price, so as to separate the errors typical of the inefficiency of the market from those that are inherent to the construction of the series.
5. To apply the econometric models (OLS, ECM, and GARCH) to our sample, taking the market price of the future as a reference and to compare the results with those of the MAC model.

3. *Conclusions*

The conclusions of the thesis are the following:

1. The Spanish market is efficient for the prices of the IBEX 35 and for those of its futures at the day's close for the period 2007-2010. The average percentage deviation of the market price from the future price with respect to its theoretical price was -0.04% , with a frequency distribution that was highly concentrated around 0% .
2. The algebraic hedging model (MAC) we propose provides a surprisingly simple formulation when assuming two restrictions in the real world: the market is always efficient and the time horizon of the hedge is infinitesimal. According to our model, the hedge ratio h is equal to the discount factor until the future expiration date, both for price and for total return indices. Despite its simplicity, when we apply the MAC model to the real world—where the market is subject to inefficiencies—and consider a daily time horizon instead of an infinite horizon, we obtain a high degree of efficacy¹¹¹ (close to 99%), which is superior to that obtained with econometric models (see table R-1).

¹¹¹ Calculated as the percentage reduction in the variance of the portfolio over that of the unhedged portfolio.

Table S-1. Hedging efficacy of the MAC model vs. econometric models

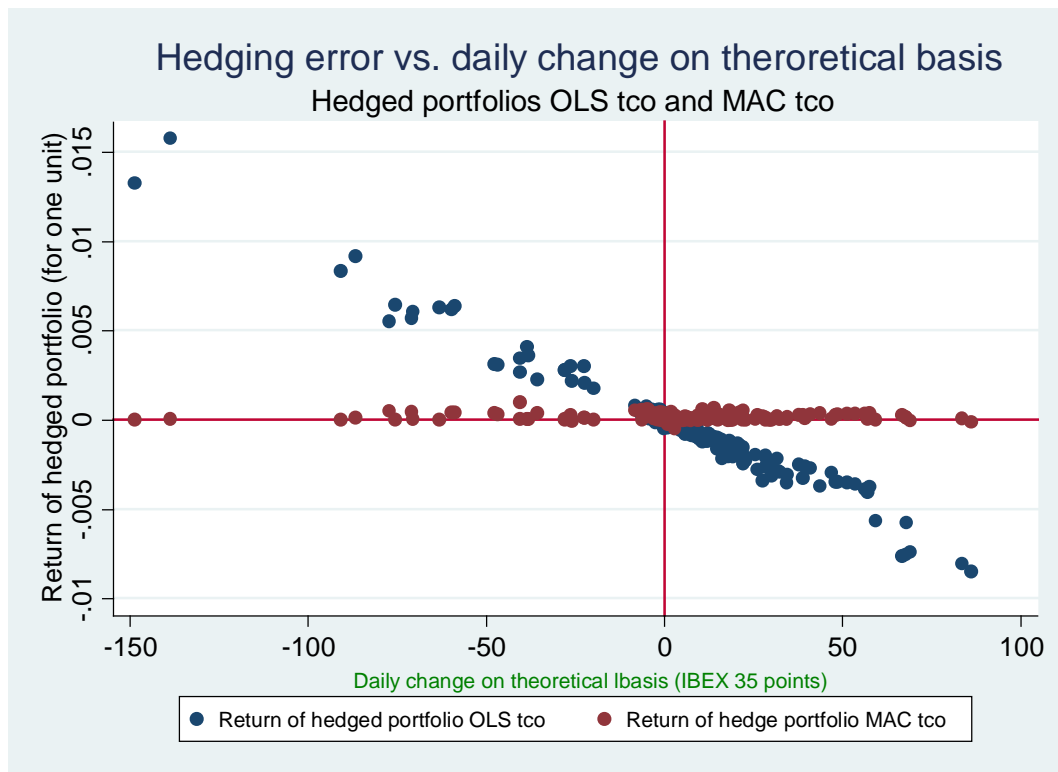
	Unhedged	MAC	OLS	ECM	EC GARCH ccc(1,1)	EC GARCH dcc(1,1)
Hedge Ratio						
average		0.9991	0.9908	0.9956	0.9816	0.9798
max		1	0.9908	0.9956	1.1100	1.1225
min		0.9958	0.9908	0.9956	0.9211	0.6825
Portfolio return						
average	-0.0011	0.012	-0.001	0.000	0.000	0.000
max	14.4350	1.574	2.887	2.904	3.166	3.279
min	-8.9556	-1.681	-1.735	-1.732	-1.746	-1.773
Hedging efficacy						
Variance r_p	0.0337538	0.0003549	0.0006335	0.0006343	0.0006517	0.0006669
Reduction variance r_p over unhedged portfolio		98.949%	98.123%	98.121%	98.069%	98.024%

Note: daily variances and returns in percentage

Source: Author

3. The econometric models OLS, ECM, and GARCH present similar results and all start from the above-mentioned constraints of the time series price of the future net to expire. The graph (S.1) shows the relationship between OLS_{tco} and MAC_{tco} ¹¹² hedging errors and the daily change in the theoretical basis.

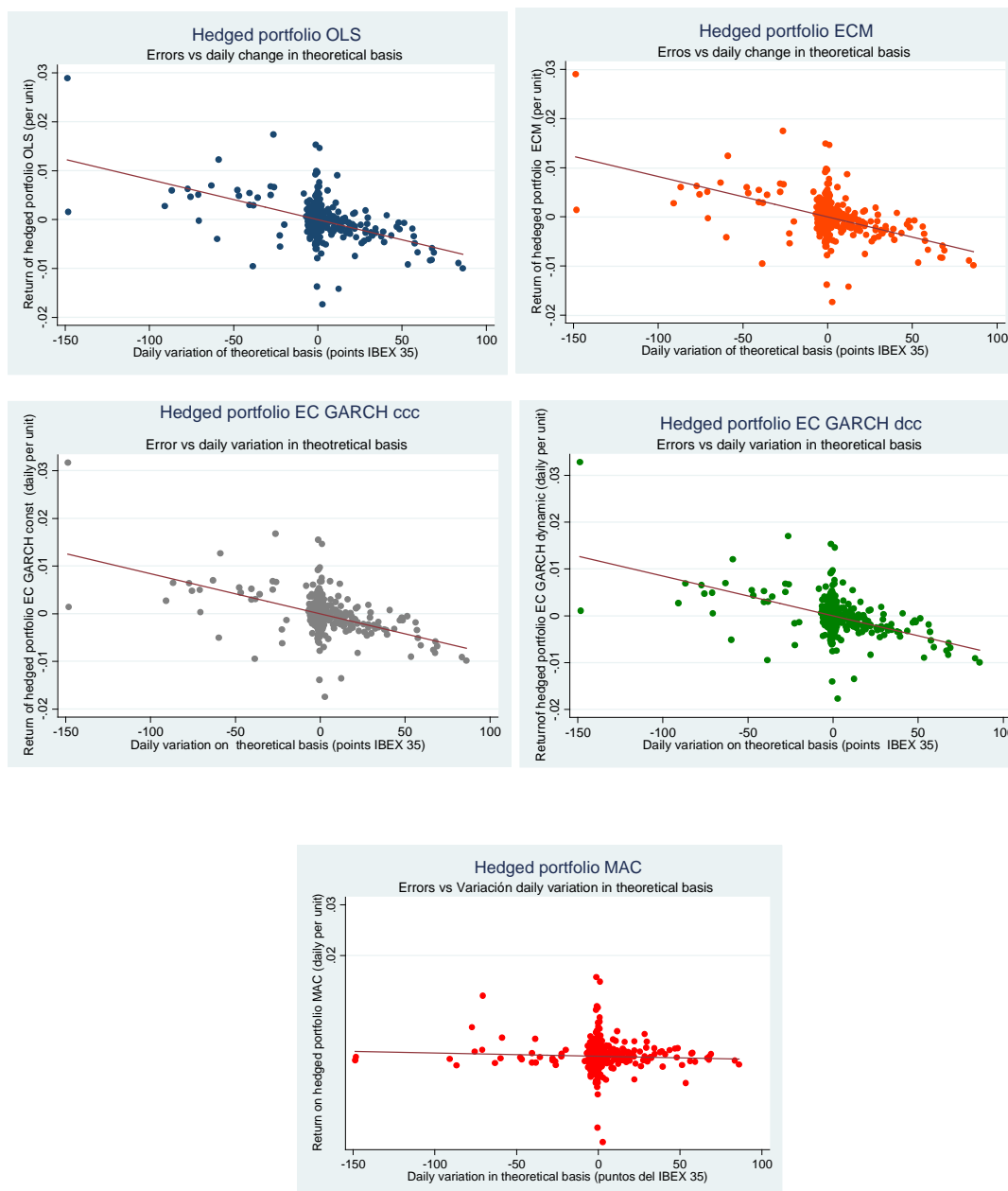
¹¹² The OLS_{tco} and MAC_{tco} portfolios represent the spot position plus the hedge with futures, based on the hedge ratios of the respective models, under the assumption that the real price is equal to the theoretical price.

Graph R.1. OLS tco and MAC tco hedging error vs. change in theoretical basis.

Source: Authors

The figure shows that the error of the MAC_{tco} model is tiny, whilst that corresponding to OLS tco is clearly dependent on the daily variation of the theoretical basis, that is, on the jumps associated with the change in the contract next to expire and the exclusion of dividends payouts from the portfolio. We arrive at the same conclusions when we use the actual price of the future instead of its theoretical price and extend the analysis to the remaining econometric models that we have analyzed in the thesis (see graph S.2).

Graphic S.2. The 4 econometric models and the MAC. Error vs. variation in the theoretical basis



Source: Author

FINAL CONCLUSION

The algebraic hedging model that we propose and develop in this thesis is an alternative to the econometric models applied to date for the calculation of the optimal ratio for hedging an equity index portfolio with its futures contracts. For the Spanish stock market (2007-2010), the results are superior to those obtained for the OLS, ECM, and GARCH models, both in the degree of efficacy of the hedge and in its ease of application in professional portfolio management.